



TITLE:

超対称性理論における自発的な CPの破れ(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

前川, 展祐

CITATION:

前川, 展祐. 超対称性理論における自発的なCPの破れ. 京都大学, 1993,
博士(理学)

ISSUE DATE:

1993-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3091456>

RIGHT:

超対称性理論における自発的なC Pの破れ

前川 展祐

概要

超対称性標準模型に於いて、C Pが自発的に破れ得ることを示す。C Pを自発的に破るというアイデアは初めT. D. Leeによって研究された。そのためには最低二つのヒッグズ二重項が必要であるので、二つのヒッグズ二重項の模型で調べていたが、この模型は後にS. Weinbergが指摘するように、FCNCで実験に合わない点で現実的ではない模型であった。S. Weinbergが、FCNCを抑える対称性を課して、なおかつC Pを自発的に破るためには、ヒッグズが3つ以上いることを指摘して以来、そのことが信じられていた。ところが、その論理には、盲点があり、二つのヒッグズ二重項においても、FCNCを抑えつつ、C Pを自発的に破れることができる。そのことを指摘し、実際に、超対称性標準模型（2つのヒッグズ二重項の理論）において、C Pが自発的に破れ得ることを示す。

ポイントはFCNCを抑えるための対称性は次元4の項（湯川結合）で満足していればよく、厳密な意味で成立する必要がない（ソフトに破ってもよい）、ということである。ソフトな破れの効果は、輻射補正の有限項を通じて次元4以上の項に影響するが、FCNCはその項が充分小さいならば、実験的に問題が無くなるのに対し、ポテンシャル問題に対しては、たとえ小さい項でも大きな影響を及ぼすことが考えられる。実際に超対称性標準模型においては、その有限部分の輻射補正が自発的なC Pの破れを可能にするのである。この効果は、本質的に輻射補正の有限部分の効果であることに注意する。輻射補正の発散部分においては、ソフトな破れの効果は次元4の項に影響を与えない（従って、繰り込み群で輻射補正の効果を取り入れたとしても、この効果は見えない）。

また、このことは、超対称性標準模型における、C Pの破れについて新たに一つの魅力的な可能性を示唆する。超対称性標準模型に於けるC Pの理解は充分であるとは言い難く、次元4の項（湯川結合）に起因するC Pの破れの位相は充分大きく、一方次元3以下の項に起因するC Pの位相は、非常に小さくなければならない、というある意味で不自然と思われるチューニングをする必要がある。ところが、元々世界がC P不変であるならば、そのような不自然さはなくなることが期待できる。問題は現実を観測されているC Pの破れを説明することができるかどうか、であるが、それができれば面白いであろう。その可能性についても、議論する。

目次

1	序論	5
2	標準模型を超える理論	8
2.1	標準模型の不満足な点	8
2.2	解決1: 複合ヒッグズ模型	9
2.3	解決2: 超対称性理論	9
3	C Pの破れの現状	12
3.1	K中間子の崩壊に関するC Pの破れ	12
3.2	電気双極子モーメント	17
3.3	強いC Pの問題	18
3.4	小林-益川行列	19
3.5	複数のヒッグズ粒子の場合	23
4	SUSYとC Pの破れ	25
4.1	超対称性標準模型(MSSM)の場の種類	25
4.2	超対称性標準模型	25
4.3	超対称性理論とFCNC	26
4.4	超対称性理論固有のC Pの破れ	28
4.5	超重力理論とC Pの破れ	31
5	MSSMと自発的なC Pの破れ	32
5.1	2ヒッグズ二重項と自発的なC Pの破れ	32
5.2	MSSMのポテンシャル: ツリーの解析	34
5.3	MSSMのポテンシャル: 輻射補正	35
5.4	軽いヒッグズの問題	37
5.5	MSSMにおけるC Pの自発的な破れの現象論	39
5.6	強いC Pの問題について	40
6	その他の超対称性理論と自発的なC Pの破れ	42
6.1	MSSMにおける自発的なC Pの破れの問題点	42
6.2	MSSM+(自発的)R-パリティの破れ	43
6.3	MSSM+右巻きニュートリノ	44
6.4	MSSM+一重項	44
7	結論	45

8	謝辞	46
	APPENDIX A: C, P, T変換	47
	APPENDIX B: MSSMの繰り込み群方程式	49
	参考文献	52
	図の説明	55

1. 序論

最近の素粒子実験の最大の成果は、3世代の標準模型が正しいことを示したことである。低エネルギーの理論としては、確立したといってもよいであろう。しかしながら、一方で標準模型が成立するエネルギー領域は、それほど長くはないであろうと思われる。その理由は、ヒッグズ粒子（対称性を破るために導入されたスカラー粒子）の自己エネルギーに二次発散が生じるために、ある種のファインチューニングが必要となり、不自然と思われるからである^[1]。二次発散という摂動論の範囲内だけのことか、と思うかも知れないが、シュウィンガー・ダイソン方程式^[2]や繰り込み群^[3]、格子計算等による非摂動的枠組みに於いても、同じような現象が起こることが知られている。従って、少なくともTeV領域に於いて、なんらかの意味で新しい物理が現れるであろうと期待されている。新しい物理として次の二つの可能性が考えられている。

一つはヒッグズ粒子が複合粒子であるという可能性^[4]である。この可能性は、超伝導の時にヒッグズの役割を果たしたスカラー粒子が、電子対であった（つまり、現実にはヒッグズ粒子が複合粒子であった場合がある）という事実から考えて、自然な可能性といえよう。しかしながら、標準模型のヒッグズ粒子は、超伝導の時と異なり、対称性を破るということに加えて、フェルミオンに質量を与えるという役割をも演じている。対称性を破る、という事柄に関していえば、このシナリオ（特にテクニカラー理論）は美しいが、もう一つのフェルミオンに質量を与える段になると、途端にうまく行かなくなる。まとめると、このシナリオは自然であると思えるが、残念ながら現実的な理論が未だに創られていない、といえよう。

もう一つは、ヒッグズ粒子は複合粒子でなく、素粒子であるという可能性である。その際には、二次発散をなくすように、ある対称性を導入する。超対称性である^[5]。4つの力のうち、3つの力を統一する超対称性SU(5)大統一理論が非常にうまくいっていることが、最近のLEPでの精密測定で分かり、俄然注目を集めている^[6]。また、超対称性大統一理論においては、大統一理論ではうまく行かなかった陽子崩壊についても、現在の上限ぎりぎりの値まで寿命を延ばすことができ、大丈夫である可能性がある。また、超対称性標準模型という標準模型を含むような現実的な模型が考えられていることが前のシナリオとの大きな違いである。また、この方向は、超重力理論から、超弦理論まで、重力をも含めた理論が精力的に考えられているように、いち早く重力に迫ることのできる方向である。しかしながら、超対称性粒子は、まだ一つも見つかっていないし、超対称性を持った理論の多くは、軽いヒッグズ粒子を予言するが、それも未だに見つかっていない。まとめると、このシナリオは、大統一理論との相性が良く、現実的な模型もあるが、証拠は未だにない。

一方、CP対称性の破れがK中間子に於て発見されて以来、その破れの機構が多くの人たちに議論されてきたが、未だに確立するには至っていない。その中でも、最も有力と思われるものは、小林-益川行列^[7]によるものであろう。3世代標準模型で、しかもヒッグズセクターに於ては最少の相互作用で、CPの破れを説明する機構は、きれいである。この小林-益川理論の前提となっていることは、CPは陽に破れている（全ての結合定数は複素数である）ということであろう。そこから、物理的に意味のあるCPの破れの位相が存在するには3世代必要である、ということ、クォークが3フレーバーしか見つかっていない時代に指摘したことは、

卓見であったと思う。

しかしながら、この全ての結合定数に自由に複素数を許す、という態度は、先に述べた標準模型の次にくる理論を考える際（特に超対称性理論の場合）には、かなり不都合な態度ではないか、と思われる。というのは、超対称性理論にその態度を適用すると、中性子の電気双極子モーメントが実験のバウンドの約 10^3 倍大きくでしてしまう^[8]からである（小林-益川理論に於いては、2ループまで相殺するので非常に小さい予言を出す^[9]）。このことは、ヒッグズが複合粒子であると考えシナリオについても、かなり制限を与えるであろうと思われる。テクニカラー理論に於いては、CPの破れの舞台であるK中間子の混合（FCNC（Flavour Changing Neutral Current）に関する）でさえもうまく説明する理論はないので、未だCPについてきちんと議論できる状態でないが、この制限については、気に留めておくべきであろう。

更にこの態度は、強い相互作用に於いても、CPが破れることを支持する。この強いCPの破れ^[10]を表す項は、ラグランジアンの中で表面項として現れるので、通常の摂動の範囲内ではその効果は見えないが、非摂動効果として現れると思われる。自然はそれほど大きくCPを破っていないので、その項が非常に小さいことが期待されるが、その項が小さい理由はまだ分かっていない。

この態度に対して、ほぼ対極にあるのが、自発的にCPを破るという考えであろう。この考えは、元々世界はCP不変であるが、真空の選び方でもってそのCP対称性が破れるという思想である（つまり、結合定数については、実を取る）。このことは、CPの破れの起源についても説明する、という意味に於いても、非常に魅力的な考えである。

最初は、T. D. Lee^[11]によって、二つのヒッグズ二重項模型で考えられた（CPを自発的に破るには、最低二つのヒッグズが必要である）。しかしながら、S. Weinbergによって、ヒッグズ二重項が二つの模型では、FCNCを抑える対称性を導入できないので、実験に合致した模型が作れないことが指摘され、同時に、FCNCを抑えるような対称性を課したヒッグズ二重項が三つ以上の模型を提案した^[12]。それ以来、FCNCを抑え、かつ自発的にCPを破るためには最低三つのヒッグズが必要である、と信じられてきた。

ところが、その信仰には盲点がある。二つのヒッグズ二重項の模型に於いても、FCNCを抑えつつ、自発的にCPを破ることは可能である。そのことを具体的に、超対称性標準模型（ヒッグズ二重項が二つの理論）に於いて初めて示したのが、この論文の主論文^[13]である。また、この主論文は、そのような理論的な興味だけでなく、超対称性標準模型としての現実的な興味からも、非常に魅力的な方向を提示する。上で少し述べたように、超対称性標準模型は、CPの破れに関して、不自然な理解を強いられる。次元4の湯川結合に関係する小林-益川の位相を大きく、また、次元が3以下のSUSY固有の位相を非常に小さく（ $< 10^{-3}$ ）する必要がある^[8]。このことは、普通は、超重力理論によるプランクスケールでの初期値でこのような条件を満たすようにすることで理解されている^[14]が、自発的にCPを破ることで、このような不自然な理解の必要が無くなるかも知れない。更に強いCPの問題をも解決するかも知れない。この論文では、これらの可能性についても議論する。

また、CPの破れは、宇宙論に於いても、バリオン生成等に重要な役割を果たしている^[15]。しかも、小林-益川理論のCPの破れだけでは、十分にバリオン生成しないことも指摘されていて、宇宙論的には、別のCPの破れが必要だ^[16]と思われる。この方向についてはこの論文では議論しないが、重要と思われる。

この論文の構成は、以下の通りである。

2章では、標準模型の問題点を指摘し、それを解決する方法について議論する。その方法の一つが超対称性を導入することである。3章では、CPの破れについて、復習する。4章では超対称性理論に於いて、CPの破れはどの様に考えられているかについて、復習する。5章で、主論文の内容である、超対称性標準模型に於いて、自発的にCPが破れ得ることを示し、その現象論的な効果について議論する。また、その問題点についても議論する。6章では、それらの問題点を解決する方向について議論する。

2. 標準模型を超える理論

LEP, SLAC, Fermilab, KEK等の実験により、標準理論が輻射補正をも含めて確立しつつあるが、本章では、その標準模型が抱える問題点、不満足な点を独断と偏見でもって捉え、どのような解決法が考えられているかを簡単に復習する。

2.1. 標準模型の不満足な点

自然界にある4つの力? 自然界には重力、電磁力、弱い力、強い力の4つの力があるとよく言われる。標準模型に於いてそのうちの3つの力（電磁力、弱い力、強い力）をゲージ理論の枠組みで表し、特に電磁力と弱い力を統一?する事に成功^[17]し、同時に物質の質量の起源にまで迫ることができたのは驚きに値すると思う。その際にまだ発見されていないヒッグズ粒子と呼ばれるスカラー粒子を導入するが、それに伴って新たな相互作用（力）を導入する。このことはあまり強調されないが、今や4つの力以外に少なくとも2つの力（電弱対称性を破る力=ヒッグズ力、物質の質量を与える力=湯川力）が存在することは間違いない。そしてこの2つの力に関するパラメーターの数が多いことが不満足な点である。標準理論の18個のパラメーターのうち、15個のパラメーターがこの二つの力に関するものであることから分かることと思う。

スカラー粒子、ヒッグズ 上で述べたように標準理論ではヒッグズ粒子というスカラー粒子を含んでいるが、そのことに起因する理論的（感情的?）な問題点がある。摂動論に於いて一般にはスカラー粒子の自己エネルギーの項に2次発散が現れることが知られている。ところが、二次発散が現れる理論が長いエネルギー領域で成立するのは不自然である。低エネルギーでの質量を上回る輻射補正がでるほどの長いエネルギー領域で二次発散が存在すると、裸の質量と輻射補正が奇跡的に相殺して低エネルギーの質量が決まる、ということになる。これはいかにも不自然だ、というのがその理由である。もちろん、繰り込み理論と言うものはそもそも発散している輻射補正を発散している裸の量で相殺して、有限の結果を得るというものであるが、それは切断を無限大にするために不自然に見えるので、有限にすれば二次発散がない限り問題はないというのが、現在の繰り込み理論の理解である。（対数発散は、結合定数が小さいと、よほど切断が大きくない限り、輻射補正は小さくなる。）というわけで、二次発散を生じる標準理論は、少し上のエネルギー領域（TeV領域）での新理論の有効理論である、と思われる。

その他の問題 以上の他に、異常項の奇跡的な相殺の理由がわからない、とか何故 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ のゲージ群なのか、とか、その強さは何故そのようになっているのか、とか言う、諸々の疑問がある。これらの疑問を解決するために大統一理論^[18]が考えられたが、ここでは省略する。

2.2. 解決1：複合ヒッグズ模型

先に挙げた問題点（特に二次発散の問題）に対する、解決の方向として、現在二つの方向が考えられている。一つは、二次発散の元凶であるヒッグズ粒子は、実は複合粒子である、という方向であり、もう一つは、二次発散をコントロールする対称性を導入することである。この節では、複合ヒッグズ模型について簡単に述べる。

テクニカラー模型 この模型の目指すところは、標準模型に於て得体の知れないヒッグズ力と湯川力を、ゲージ力で理解するところにある。ヒッグズ力については、成功していて、QCD理論に於てクォーク対が凝縮することに依って、カイラル対称性が破れたことと同様に、非アーベルゲージ理論でもってテクニクォーク対の凝縮を起こし、それによってウィークの対称性を破ることができる^[4]。しかしながら、湯川力もゲージ理論で理解しようとする、とたんに難しくなる。その試みは拡張されたテクニカラー理論と呼ばれるが、FCNCの問題に代表されるように、問題が多く、未だに現実的な理論はできていない状態である。

CPの破れについてコメントすると、全てをカイラルゲージ理論で理解したときには、CPの破れを担う位相が、存在できず、CPは自発的に破らなければならない^[19]。CPの破れが測定されているK中間子の混合は、まさしくFCNCに関係したところである。FCNCでさえ、理解できていないので、CPを理解することは遠いと言わざるを得ない。

トップ凝縮模型 最近、トップクォークの質量が大きいことが、実験で分かってきたことから、ヒッグズ粒子は実はトップの束縛状態である可能性が注目され、研究されてきた^[20]。このシナリオは、新しい粒子を必要としないところが魅力的であるが、二次発散の問題を解決するほどの低いエネルギー領域で束縛が解けるとすると、トップは逆に重すぎであり、たとえそのスケールを大統一のスケールまで上げたとしても、まだ重いことが分かってきたので、トップ凝縮は起こっていないと思われる（起こっているにしても、'部分的に'である）。

2.3. 解決2：超対称性理論

この方向は、ヒッグズ複合粒子模型と違い、スカラー粒子の存在を認める立場に立つ。そのために、湯川力に起因するパラメータ数の多さは改善されない。それでは、二次発散はどうしてくれるか、と言うと、二次発散をコントロールする対称性を導入して、無くしてしまう、というのがその思想である。その対称性は、超対称性と呼ばれ、ボゾンとフェルミオンとの間の対称性である。以下、順を追って、二次発散がなくなる理由をみる^[5]。

フェルミオンの質量の発散 フェルミオンの質量はやはり次元を持った量であるが、それに対する輻射補正に於て、1次発散が起こらない理由を思い出してみよう。それは、フェルミオンの質量をゼロにした極限である対称性（カイラル対称性）が生じるためである。フェルミオンの質量に対する輻射補正も、質量ゼロの極限で

ゼロになることは、その対称性から保証されている。従って、輻射補正は、フェルミオンの質量に比例していなければならない。すると次元から、一次発散をする余地がなくなり、従って、高々対数発散であることが保証される。これが、フェルミオンの質量が、線形発散しない理由である。

超対称性と二次発散 超対称性と言うのは、何度も言うように、フェルミオンとボゾンの間の対称性である。同じ超対称性の表現に入っている、フェルミオンとボゾンは同じ質量を持つし、他の量子数も同じである。ここでの重要な点は、質量が同じである、ということである。先にみたように、フェルミオンの質量は、一般的に、高々対数発散である。ところが超対称性により、ボゾンもフェルミオンと同じ質量を持つのであるから、ボゾンの質量も高々対数発散しかないことを意味している。以上の理由で、ボゾンの質量の発散を超対称性でコントロールできることが分かった。このことは、フェルミオンのカイラル対称性を超対称性に依って、ボゾンにも導入した、というように表現されることもある。

大統一理論と超対称性 大統一理論は、標準模型に於いては説明されなかった、ゲージ力の階層性、アノマリの奇跡的な相殺、荷電の量子化等を説明するという輝かしい成功を納めた理論であるが、一方に於て、自然さの問題、陽子崩壊、等に関する問題があった。超対称性を導入すると、自然さの問題と陽子崩壊については、解決される。そればかりでなく、最近の実験より、ゲージ力の階層性は、超対称性大統一理論が、より良く合致していることが分かり、話題になっている。以上のように、大統一理論と超対称性は非常に相性がよい。従って、このことより、ゲージの階層性を理解する為には、超対称性を導入する必要がある、と言われることもある。

超重力理論とトップの質量 超重力理論^[21]を考える動機は、様々であるが、一つの動機は、次のようなものである。スケールが大統一スケールというプランクスケールに近いスケールの物理を考えるようになると、重力の効果が無視できなくなる。元々超対称性は、スカラーの自己エネルギーの二次発散を相殺するために導入したのであるが、重力からの発散が無視できなくなってくると、重力に関しても超化しなければならなくなる。これが、理論的な動機である。超重力理論を考える利点はそれだけではない。超対称性標準模型に於いては、SUSYの破れの項を自由にとると、一般にはFCNCがでて、現実と合わなくなる。ところが、超重力理論から、SUSYの破れを導き出すと、重力はフレーバーを関知しないために、FCNCが非常に小さくなることが分かる^[22]。このことが、現象論的な動機である。

一方、超重力理論に於いては、輻射補正で電弱対称性を破る（Radiative Breaking Scenario）^[21]が、その際に、トップクォークの質量がある程度大きくないとそのシナリオは成立しないことが知られている。その理由は、輻射補正により、ヒッグズの質量を負にする必要があるが、そのためには、湯川結合が大きい必要があるからである。ヒッグズ粒子の質量の繰り込み群方程式は、 Y 、 G をそれぞれ湯川とゲージ結合定数、 M と μ は、それぞれスカラーとゲージノの質量、 A と B を正の数とすると、

$$\frac{d}{dt}m^2 = AY^2M^2 - BG^2\mu^2 \quad (2.1)$$

という形になり、プランクスケールで正のヒッグズ質量がワインバーグスケールで負になるためには、 $AY^2M^2 >$

$BG^2\mu^2$ となる必要がある。トップクォーク以外のフェルミオンの質量は小さいので、それに対応する湯川結合も小さいことが分かる。従って、この条件が成り立つためには、トップクォークの質量が大きくなってはならない。最近、トップクォークの質量が大きい ($> 91 \text{ GeV}$) ことが実験的に分かってきており (CDFで $m_t = 130 \text{ GeV}$ で見つかったという情報もある)、このことは、超重力理論にとって非常に好ましいといえよう。

3. C P の破れの現状

本章では現実にはどのような過程でC Pの破れが現れているか、また現れ得るか、を復習し、それが標準理論の枠組みの中でどのように説明されるかを主にJarlskogが編集した「C P Violation」^[23]に従って見る。(この章ではC P T不変性を仮定する。)

3.1. K中間子の崩壊に関するC Pの破れ

現時点で観測されているC Pの破れはK中間子が関与している過程である。一つはK中間子の2崩壊であり、もう一つはK中間子のセミレプトニック崩壊である。実験から直接定義されるC Pの破れのパラメータは、

$$\begin{aligned}\eta_{00} &\equiv \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_S \rangle} \\ \eta_{+-} &\equiv \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_L \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_S \rangle} \\ \delta &\equiv \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \nu)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \nu)}\end{aligned}\quad (3.1)$$

であり、それらは、K中間子の状態に関するC Pの破れを表すパラメータ ϵ と、崩壊の振幅に直接現れるパラメータ ϵ' を用いて、表される。それらのことについて以下述べる。

K中間子の混合 中間子 K^0 ($s = y = 1$) と中間子 \bar{K}^0 ($s = y = -1$) は、弱い相互作用では奇妙さが保存しないため、わずかな混合を起こす (F C N C)。任意のK中間子の状態を、

$$a |K^0\rangle + b |\bar{K}^0\rangle \quad (3.2)$$

と書くと、そのシュレディンガー方程式は、

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = (M - \frac{i}{2}\Gamma) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

となる。ここで、 M と Γ は 2×2 のエルミート行列でそれぞれ質量行列とK中間子の崩壊行列である。C P T不変性より、 $H_{11} = H_{22}$ であり、C Pの破れに関係する非対角要素は、

$$\begin{aligned}M_{12} &= \langle K^0 | H_{\Delta K=2} | \bar{K}^0 \rangle + P \sum_n \frac{\langle K^0 | H_{\Delta K=1} | n \rangle \langle n | H_{\Delta K=1} | \bar{K}^0 \rangle}{m_K - E_n} \\ \Gamma_{12} &= 2\pi \sum_n \rho_n \langle K^0 | H_{\Delta K=1} | n \rangle \langle n | H_{\Delta K=1} | \bar{K}^0 \rangle\end{aligned}\quad (3.4)$$

と書ける。ここで、 P は主値を表し、 ρ_n は状態 n の密度である。 $H_{12} \neq H_{21}$ の時、C Pが破れている。この

ハミルトニアンの固有値は、

$$\begin{aligned}\mu_L &= H_{11} + \sqrt{H_{12}H_{21}} = M_L - \frac{i}{2}\Gamma_L \\ \mu_S &= H_{11} - \sqrt{H_{12}H_{21}} = M_S - \frac{i}{2}\Gamma_S\end{aligned}\quad (3.5)$$

であり、それぞれに対応する固有状態は、

$$\begin{aligned}|K_L\rangle &= p|K^0\rangle + q|\bar{K}^0\rangle \\ |K_S\rangle &= p|K^0\rangle - q|\bar{K}^0\rangle\end{aligned}\quad (3.6)$$

となる。ただし、ここで

$$|p|^2 + |q|^2 = 1 \quad (3.7)$$

と規格化してある。簡単な計算より、

$$\begin{aligned}(\Delta\mu)^2 &\equiv (\mu_L - \mu_S)^2 = 4(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*) \\ &\equiv (\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma) = (M_L - M_S) - \frac{i}{2}(\Gamma_L - \Gamma_S)\end{aligned}\quad (3.8)$$

を用いる^{*}と、

$$\frac{q}{p} = \frac{-\Delta\mu}{2(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})} \quad (3.9)$$

と書ける。また、状態の位相の自由度を使うと、 $\text{Im}(q) = -\text{Im}(p)$ と置き、 p と q は新たなパラメーター $\bar{\epsilon} = (p - q)/(p + q)$ を用いて、

$$p = \frac{1 + \bar{\epsilon}}{\sqrt{2(1 + |\bar{\epsilon}|^2)}}, \quad q = \frac{1 - \bar{\epsilon}}{\sqrt{2(1 + |\bar{\epsilon}|^2)}} \quad (3.10)$$

と書け、その時、固有状態はそれぞれ、C P の固有状態

$$\begin{aligned}|K_1^0\rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \\ |K_2^0\rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)\end{aligned}\quad (3.11)$$

* 実験より、この即ち K 中間子の混合の程度が小さいことが分かっており、これからフレーバーを交えるカレント (Flavour Changing Neutral Current) が小さいことが分かり、これから、新しい物理に対して、強い制約が生じることが知られている。

を用いて、

$$\begin{aligned}|K_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1 + |\bar{\epsilon}|^2}}(\bar{\epsilon}|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle) \\ |K_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1 + |\bar{\epsilon}|^2}}(|K_1^0\rangle + \bar{\epsilon}|K_2^0\rangle)\end{aligned}\quad (3.12)$$

と書ける。この式から、 $\bar{\epsilon}$ は C P の破れの程度を表すパラメーターであり、C P の固有状態の混合の程度を表していることがわかる。C P の破れが小さい ($\text{Re}(M_{12}), \text{Re}(\Gamma_{12}) \gg \text{Im}(M_{12}), \text{Im}(\Gamma_{12})$) ことを使うと、

$$\begin{aligned}\Delta\mu &\simeq 2(\text{Re}(M_{12}) - \frac{i}{2}\text{Re}(\Gamma_{12})) \\ \frac{q}{p} &\simeq 1 - i \frac{\text{Im}(M_{12}) - \frac{i}{2}\text{Im}(\Gamma_{12})}{\text{Re}(M_{12}) - \frac{i}{2}\text{Re}(\Gamma_{12})} \\ \epsilon &= \frac{p - q}{p + q} \simeq \frac{i}{2} \frac{\text{Im}(M_{12}) - \frac{i}{2}\text{Im}(\Gamma_{12})}{\text{Re}(M_{12}) - \frac{i}{2}\text{Re}(\Gamma_{12})} \\ &= \frac{i(\text{Im}(M_{12}) - \frac{i}{2}\text{Im}(\Gamma_{12}))}{\Delta\mu}\end{aligned}\quad (3.13)$$

と近似できる。実際の計算は、この近似式を用いることが多い。更に、K 中間子の質量差と寿命の実験値^[24]、

$$\begin{aligned}\Delta M &= M_L - M_S = (3.552 \pm 0.016) \times 10^{-15} \text{ GeV} \\ \tau_S &= (0.8922 \pm 0.0020) \times 10^{-10} \text{ s}, \quad \tau_L = (5.17 \pm 0.04) \times 10^{-8} \text{ s}\end{aligned}\quad (3.14)$$

から、便利な近似式、

$$\Delta\Gamma \sim -2\Delta M \quad (3.15)$$

が見つかり、それを用いると、

$$\epsilon \sim \frac{i}{1 + i} \left(\frac{\text{Im}(M_{12})}{\Delta M} - \frac{i}{2} \frac{\text{Im}(\Gamma_{12})}{\Delta M} \right) \quad (3.16)$$

となる。K 中間子が主に $(2\pi)_{I=0}$ 状態に崩壊することを用いて、第二項を評価すると、

$$\frac{\text{Im}\Gamma_{12}}{\text{Re}\Gamma_{12}} \sim \frac{\text{Im}(A_0^*)^2}{\text{Re}(A_0^*)^2} \sim \frac{-2\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0} \quad (3.17)$$

となる。ここで、 A_0 は $K_0 \rightarrow (2\pi)_{I=0}$ の散乱振幅で、終状態相互作用に依る、位相を除いたものである。これは、振幅固有の C P の破れが必要で、それは、 ϵ'/ϵ 等の実験より、小さいことがわかっているため、無視す

ると、

$$\epsilon \sim \frac{i}{1+i} \frac{\text{Im}(M_{12})}{\Delta M} \sim \frac{i}{2(1+i)} \frac{\text{Im}(M_{12})}{\text{Re}(M_{12})} \quad (3.18)$$

となる。この表式で重要なことは、 M_{12} を計算すれば ϵ が求められる、ということである。第二の表式はQCDの不確定要素が分子分母で相殺するという意味に於て、魅力的であるが、分母については長距離力の効果が無視できないので、K中間子の混合については、実験値を用いる第一の式が用いられることが多いようである。

このK中間子の混合に関するCPの破れが、実験的に観測されている唯一のものである。

K⁰中間子の2 π 崩壊 2 π 状態は、 π 粒子がボーズ統計に従うボゾンであることから、アイソスピンが0か2の状態に限られる。従って、 $K_L, K_S \rightarrow 2\pi$ 過程の遷移振幅は、次の4つである。

$$\langle 0|H|K_S \rangle \quad \langle 2|H|K_S \rangle \quad \langle 0|H|K_L \rangle \quad \langle 2|H|K_L \rangle \quad (3.19)$$

$\langle 0|H|K_S \rangle$ で規格化して、

$$\begin{aligned} \epsilon &\equiv \langle 0|H|K_L \rangle / \langle 0|H|K_S \rangle \\ \epsilon' &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 2|H|K_L \rangle / \langle 0|H|K_S \rangle \\ \omega &\equiv \langle 2|H|K_S \rangle / \langle 0|H|K_S \rangle \end{aligned} \quad (3.20)$$

という三つのパラメーターを定義すると、

$$\begin{aligned} \langle 0| &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \pi^- \pi^+ | - \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \pi^0 \pi^0 | + \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \pi^+ \pi^- | \\ \langle 2| &= \frac{1}{\sqrt{6}} \langle \pi^- \pi^+ | + \sqrt{2/3} \langle \pi^0 \pi^0 | + \frac{1}{\sqrt{6}} \langle \pi^+ \pi^- | \end{aligned} \quad (3.21)$$

を用いて、

$$\eta_{+-} = \frac{\epsilon + \epsilon'}{1 + \omega/\sqrt{2}}, \quad \eta_{00} = \frac{\epsilon - 2\epsilon'}{1 - \sqrt{2}\omega} \quad (3.22)$$

と表せる。 $\Delta I = 1/2$ 規則により、CP保存している非レプトン崩壊に於いては、 ω が無視でき、

$$\eta_{+-} = \epsilon + \epsilon', \quad \eta_{00} = \epsilon - 2\epsilon' \quad (3.23)$$

とできる。

一方、適当に位相を調節することによって、 $K^0 \rightarrow 2\pi(I=0)$ の振幅を終状態の相互作用からくる位相 δ_0 を除いて実にすることができる：

$$\langle 0|H|K^0 \rangle = \exp(i\delta_0)A_0, \quad \langle 2|H|K^0 \rangle = \exp(i\delta_2)A_2 \quad (3.24)$$

すると、簡単な計算より、

$$\epsilon = \bar{\epsilon}, \quad \epsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} \text{Im}(A_2)/A_0 \exp i(\delta_2 - \delta_0) \quad (3.25)$$

となることが分かり、 ϵ はK中間子の状態の混合に関するCPの破れであり、 ϵ' はK中間子の2 π 崩壊の振幅に関するCPの破れであることが分かる。従って、それぞれ間接的なCPの破れ、直接的なCPの破れ、と呼ばれている。それぞれ実験で測定されており^[24]、

$$\begin{aligned} |\epsilon| &\sim 0.0025 \\ \frac{\epsilon'}{\epsilon} &\sim \text{Re}\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right) \sim 0.0022 \pm 0.0011 (-0.0004 \pm 0.0014 \pm 0.0006) \end{aligned} \quad (3.26)$$

となっている。

K中間子のセミレプトニック崩壊 $K_L \rightarrow \pi l \nu$ 過程でも、CPの破れは観測されており、 $\Delta S = \Delta Q$ 規則を仮定すると、パラメーター ϵ を用いて、

$$\delta = \frac{2\text{Re}\epsilon}{1 + |\epsilon|^2} \sim 2\text{Re}\epsilon \quad (3.27)$$

と書ける。やはり、実験から^[24]、

$$\delta \sim 0.0033 \quad (3.28)$$

であることが分かっている。

3.2. 電気双極子モーメント

素粒子に電気双極子モーメント D が存在すると、 T と P 対称性が破れていることを見る。素粒子を特徴づける、唯一のベクトルはスピンである。従って、もし素粒子が電気双極子モーメントを持っていれば、スピンの比例しているはずである。よって、 P や T 変換の変換性は、スピンと同じと思ってよい。従って、電気双極子モーメントは、 P 変換に関して偶、 T 変換に関して奇である。一方、それとカップルする電場 E の変換性は逆なので、電気双極子モーメントと電場の相互作用 $D \cdot E$ は P と T 変換を破っていることになる。自然は P と T の両方を破っていることは、知られているので、スピンを持っている素粒子は、どこかのレベルで電気双極子モーメントを持っていることが期待できる。(現在まだ見つかっていない。)

場の理論に於いては、 P と T が同時に破れているスピン $\frac{1}{2}$ の粒子と電場テンソル $F_{\mu\nu}$ との相互作用は、

$$iF(q^2)\bar{\psi}(p_2)\sigma_{\mu\nu}\gamma_5\psi(p_1)F^{\mu\nu} \quad (3.29)$$

と書ける (Appendix A 参照)。ここで、 $q^2 = (p_2 - p_1)^2$ である。電気双極子モーメント d_ψ は、

$$d_\psi = F(0) \quad (3.30)$$

で定義される。この項は繰り込み不能項であるので、繰り込み理論に於いては、ツリーレベルでは、電子双極子モーメントは存在しないが、原理的には有限に計算できることが保証されている。(強い相互作用のために、実際は難しい。)

電気双極子モーメントの中で、最も興味があるのが、中性子と電子の電気双極子モーメントである。その理由は、実験のバウンドが最も進んでいるし、標準模型の予言が奇跡的に小さいため、標準模型の次の理論の効果が、見え安い、ということからである。その実験のバウンドは^[24]、

$$\begin{aligned} d_N &< 12 \times 10^{-26} \text{ ecm} \\ d_e &\sim -0.27 \pm 0.83 \times 10^{-26} \text{ ecm} \end{aligned} \quad (3.31)$$

となっている。

中性子の電気双極子モーメントの評価は、いろいろな効果があり、難しいが、最も簡便な評価法は、クォークの電気双極子モーメントを評価することである。

$$d_N = \frac{4}{3}d_d - \frac{1}{3}d_u \quad (3.32)$$

で評価され得る。

3.3. 強いCPの問題

この問題は根が深く、速く $U(1)$ 問題^[25]まで遡らなければならない。QCDにおいて、クォーク対の凝縮のためにそのカイラル対称性が破れた際に、南部-Goldstoneボゾン (N-Gボゾン) が出る。実際には、クォークは質量を持っているため、そのカイラル対称性は厳密には無いのであるが、QCDスケールよりも小さい質量のクォーク (u, d, s) に関しては、近似的にカイラル対称性を仮定すると自然がより良く理解されることが分かっている。そのとき、クォーク対凝縮のためにカイラル対称性は $U_L(3) \times U_R(3) \rightarrow U(3)$ というように壊れるが、その際に擬N-Gボゾンが9つ出る。そのうちの $U(1)$ 対称性の対応しているN-Gボゾン η' の質量が、N-Gボゾンとしては、相対的に重すぎる、だけでなく、その崩壊過程に於いても、N-Gボゾンらしからぬ振舞いをしていておかしい、というのが $U(1)$ 問題である。この問題に対して、次のような項を付け加えることに依る解決法が、現在多くの人々に信じられている。

$$\mathcal{L}_\theta = \theta \frac{g_s^2}{16\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a \quad (\tilde{G}_{\mu\nu}^a \equiv \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} G^{\lambda\sigma a}) \quad (3.33)$$

この項は、全微分の形をしているために、摂動では、物理に効かない。しかしながら、インスタントン等の非摂動の効果を検討することで、物理に効き得る。その場合、真空状態がパラメータ θ に依存することになる。その時には、この項は $U(1)$ 変換に対して不変でないで、 $U(1)$ に対するN-Gボゾン η_0 は、N-Gボゾンとして振舞わないことが期待できる。Wittenが、QCDに於いてこのことを $1/N_c$ 展開を用いて解析し、 η_0 の質量を、

$$m_{\eta_0}^2 = \frac{4N_f}{F_S^2} \frac{\partial^2 E_\theta}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0} \quad (3.34)$$

と表した。ここで、 N_f と F_S はそれぞれフレーバーの数と η_0 の崩壊定数であり、 E_θ はグルーオン場の真空のエネルギーである。この式が意味を持つためには、 E_θ が実際に θ に依存しなければならない。つまり、 \mathcal{L}_θ がインスタントン等の効果により、物理に効いている必要がある。一方、 \mathcal{L}_θ は P と T 変換を破っており、 \mathcal{L}_θ が物理に効くならば、強い相互作用に於いて、 P と T の破れが見えるはずである。ところが、実際にはそのような破れは見つかっておらず、中性子の電気双極子モーメントのバウンドから、 θ の上限が求められている。

$$d_n \sim 10^{-16} \theta < 12 \times 10^{-26} \text{ ecm} \quad (3.35)$$

であることから、

$$\theta < 10^{-9} \quad (3.36)$$

となっている。一旦、 \mathcal{L}_θ の存在を認めたときに、パラメータ θ がこれほど小さい理由が見あたらない。そのうえ、ウィークの理論をも考慮すると、クォークの質量行列 M から、 θ に対して $\arg(\det M_u M_d)$ だけの寄

与があり、上の議論は、その寄与を θ に付け加えた新たなパラメーター

$$\bar{\theta} = \theta + \arg(\det M_u M_d) \quad (3.37)$$

で成り立つべきものであることが、この問題を更に難しくしている。この問題を強いC Pの問題と呼ぶ。

3.4. 小林-益川行列

1 ヒッグズの標準模型に於いて、C Pの破れを説明するには、三代必要であることを小林-益川が指摘した^[7]。この節では、1 ヒッグズ標準模型に於けるC Pの破れを復習する。

標準模型 標準理論は、 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ対称性を持っていて、物質場としては、強い相互作用をするクォークと、しないレプトンがあり、さらに $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ という対称性の自発的な破れを引き起こすためのヒッグズ場から成っている。それぞれのゲージ対称性に対する変換性は次の通りである。クォーク：

$$Q_i(3, 2)_{1/6} = \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix}, \quad u_{Ri}(3, 1)_{2/3}, \quad d_{Ri}(3, 1)_{-1/3} \quad (3.38)$$

レプトン：

$$L_i(1, 2)_{-1/2} = \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ e_{Li} \end{pmatrix}, \quad e_{Ri}(1, 1)_{-1}, \quad \nu_{Ri}(1, 1)_0 \quad (3.39)$$

以上は、フェルミオンであり、ヒッグズ： $H(1, 2)_{-1/2}$ はボソンである。また、インデックス $i, j \leq N_g$ は、世代を表す。小林-益川行列と関係のある部分のラグランジアンは、

$$\mathcal{L} = i\bar{Q}_i^t D^\mu \gamma_\mu Q_i^t + i\bar{u}_{Ri}^t D^\mu \gamma_\mu u_{Ri}^t + i\bar{d}_{Ri}^t D^\mu \gamma_\mu d_{Ri}^t + (Y_u^{ij} \bar{Q}_i^t u_{Rj}^t \phi + Y_d^{ij} \bar{Q}_i^t d_{Rj}^t \phi + h.c.) \quad (3.40)$$

である。ここで $Y_{u,d}$ はそれぞれ、アップセクターとダウンセクターに結合する湯川結合定数で一般に $N_g \times N_g$ の複素行列である。また、 ϕ はヒッグズ場 ϕ の荷電共役場を表す。ヒッグズが真空期待値を持ったとき、即ち、

$$\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

の時、フェルミオンは質量行列 $M_u = Y_u v$, $M_d = Y_d v$ を得る。任意の複素行列 A は、2つのユニタリー行

列 R, L を使って、実対角行列 $D = LAR$ にできるので、

$$D_u = U_L M_u U_R^\dagger, \quad D_d = D_L M_d D_R^\dagger \quad (3.42)$$

と、ユニタリー行列 $U_{L,R}, D_{L,R}$ を用いて、実対角行列 $D_u = (m_u, m_c, m_t)$, $D_d = (m_d, m_s, m_b)$ に直すことができる。この変換は、クォークを、

$$u_{Li} = (U_L)_{ij} u_{Lj}^t, \quad u_{Ri} = (U_R)_{ij} u_{Rj}^t, \quad d_{Li} = (D_L)_{ij} d_{Lj}^t, \quad d_{Ri} = (D_R)_{ij} d_{Rj}^t \quad (3.43)$$

と再定義することに対応している。質量行列を対角化する基底であることから、質量の固有状態と呼ぶ。ところが、SU(2)二重項に属している場を別々に回しているために、SU(2)の固有状態と質量の固有状態はずれている。つまり、

$$U_L \begin{pmatrix} u_L^t \\ d_L^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_L \\ U_L D_L^\dagger d_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_L \\ V_{KM} d_L \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

となり、そのずれは、小林-益川行列 $V_{KM} = U_L D_L^\dagger$ で表されることが分かる。このずれの効果は、SU(2)ゲージ相互作用の項、しかも荷電ゲージボソン W の相互作用項に現れる。

$$V_{KM}^{ij} \bar{u}_{Li} \gamma_\mu d_{Lj} W^\mu \quad (3.45)$$

一方、中性ゲージボソン Z の相互作用に現れないことは、小林-益川行列がユニタリー行列であることから分かる。ヒッグズ粒子は実4成分があるが、そのうち3成分がゲージボソンに吸われ、物理的な自由度は中性粒子一つしかない。その時の湯川相互作用定数は、フェルミオンの質量の固有状態に於いて、対角的になっていることが分かる。このことは、湯川結合行列とフェルミオンの質量行列が比例していることが本質的で、そのことは、ヒッグズ粒子が一つの場合は保証されている。(後に二つ以上の場合について調べる。) このことは、フレーバーが変わる中性カレントが、実験から、小さいことが分かっているため、重要なことである。小林-益川行列は $N_g \times N_g$ のユニタリー行列であるので N_g^2 の自由度があるが、 $2N_g$ 個のクォーク場の位相変換の自由度を考慮すると、 $N_g(N_g - 1)/2$ 個の回転角の自由度と、 $(N_g - 1)(N_g - 2)/2$ 個の位相因子の自由度が、意味のある自由度であることが分かる。C Pを破るためには、位相因子が必要であるから、少なくとも、3世代必要であることが分かる。このことを、まだクォークが3つしか見つかっていないときに指摘したのが、小

林-益川である。3世代の時には、3個の回転角と1つの位相因子で表され、例えば、

$$\begin{aligned}
 V_{KM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -s_2 \\ 0 & s_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{i\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & s_3 \\ 0 & -s_3 & c_3 \end{pmatrix} \quad (3.46) \\
 &= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 - c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

と取れる。この小林-益川行列に於ける位相の現れ方は、場の位相の取り方に依る。場の位相の取り方に依らないCPの破れの表現が考えられている。それは、Jarlskogパラメーター

$$J \equiv \text{Im}(V_{ud}V_{cs}V_{us}^*V_{cd}^*) \quad (3.47)$$

がゼロならばCP不変、非ゼロならばCPが破れている、というものである。このパラメーターは場の位相変換に対して不変であることは定義より明らかである。これは、9つのパラメーター

$$\text{Im}(V_{ai}V_{bj}V_{aj}^*V_{bi}^*) \quad (i \neq j, a \neq b) \quad (3.48)$$

の特殊な場合であるが、小林-益川行列のユニタリー性を用いると、これらの量は符号を除いて等しいことが分かる。3世代の標準模型のCPの破れの自由度は1つであるから、CPの破れに関する物理量は、このパラメーターで書けることは注意すべきである。小林-益川行列の決定は、精力的に為されており、現在の実験値は、

$$\begin{aligned}
 |V_{KM}| &= \begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0.9747 \sim 0.9759 & 0.218 \sim 0.224 & 0.002 \sim 0.007 \\ 0.218 \sim 0.224 & 0.9735 \sim 0.9751 & 0.032 \sim 0.054 \\ 0.003 \sim 0.018 & 0.030 \sim 0.054 & 0.09985 \sim 0.09995 \end{pmatrix} \quad (3.49)
 \end{aligned}$$

となっている（この値は3世代を仮定している）。

K中間子 前節でみたように、K中間子の混合に関するCPの破れ ϵ に対する寄与を計算するには、 M_{12} を計算すればよい。長距離力の効果は、PCC等の計算より、 $\text{Im}M_{12}$ には、それほど効かず、短距離力を考慮すれば、充分である、と考えられている。それに寄与を与える過程は、図(1)のようなものである。一方、長距離力は、 $\text{Re}M_{12}$ には、効くと考えられているので、この値の計算については、図(1)のような短距離力の寄与のみでは、不十分である。従って、その部分に関しては、通常、実験値を用いる。だから、前節述べたように、特に、大ざっぱに評価するときには、

$$\epsilon \sim \frac{i}{1+i} \frac{\text{Im}(M_{12})}{\Delta M} \quad (3.50)$$

という式を用いる。その際にも、 $\langle K^0 | \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s | \bar{K}^0 \rangle$ を評価する際に、不定性が入り込み、いわゆるBパラメーター

$$B_K = \frac{\langle K^0 | \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s | \bar{K}^0 \rangle}{\langle K^0 | \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d}\gamma_\mu(1-\gamma_5)s | \bar{K}^0 \rangle} \quad (3.51)$$

の評価が分からないために、はっきりとしたことは、予言できない。もちろん、上の ϵ の表式の代わりに、

$$\epsilon \sim \frac{i}{1+i} \frac{\text{Im}(M_{12})}{\text{Re}(M_{12})} \quad (3.52)$$

を用いれば、Bパラメーターに関する不定性は、相殺するが、今度は、長距離力の $\text{Re}M_{12}$ に対する寄与の評価が、信用できる計算ができず、やはり不定性として残ることになる。Bパラメーターの評価は、 $0.3 < B_K < 1$ ぐらいに抑えられているので、通常は、質量差を実験値を代入する式を用いることが多いようだ。

散乱振幅に対するCPの破れのパラメーター ϵ' については、効くグラフは、いわゆるペンギン図と呼ばれるグラフである。いろいろな不定性があるが、標準模型に於いては、文献によると^[26]、

$$2 \times 10^{-4} < \frac{\epsilon'}{\epsilon} < 14 \times 10^{-4}, \quad m_t = 125 \text{ GeV} \quad (3.53)$$

となっていて、実験と無矛盾である。

電気双極子モーメント^[27] 標準模型に於ける、中性子の電気双極子モーメントの値は、実験値^[24]、

$$d_N < 14 \times 10^{-26} \text{ ecm} \quad (3.54)$$

と比べると、かなり小さい値 $10^{-(32 \sim 33)}$ にできることが、いろいろな人の計算^[9]で言われている。このような小さな値になることの理由は、1ループの寄与にはCPの位相は現れず、2ループでは、それぞれのグラフはCPの位相がでるが、全てを足し上げると、相殺するためである。

電子の電気双極子モーメントに対しても、今の実験値のバウンド 10^{-25} ecm よりもはるかに小さい値 $< 10^{-50}$ を予言する。

3.5. 複数のヒッグズ粒子の場合

複数のヒッグズ粒子の場合に於いても、CPの破れが起こることが、小林-益川によって指摘されている。二つのヒッグズ二重項に於いて、CPの自発的な破れを初めに議論したのが、T. D. Lee^[11]であり、FCNCを考慮すると、三つのヒッグズ二重項が必要であることを指摘したのが、S. Weinberg^[12]である。

複数のヒッグズ粒子とFCNC 複数のヒッグズ二重項の理論で、一般の湯川結合定数を許すと、一般には、FCNCが生じることを見る。簡単のため、二つのヒッグズ二重項で考える。湯川セクターは、

$$\mathcal{L}_Y = Y_{ij}^{u1} \bar{Q}_i u_{Rj} \phi_1 + Y_{ij}^{u2} \bar{Q}_i u_{Rj} \phi_2 + Y_{ij}^{d1} \bar{Q}_i d_{Rj} \tilde{\phi}_1 + Y_{ij}^{d2} \bar{Q}_i d_{Rj} \tilde{\phi}_2 + h.c.$$

$$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad (3.55)$$

となる。二つのヒッグズがそれぞれ、真空期待値 $\langle \phi_{1,2} \rangle = (v_{1,2}, 0)$ を持ったとき、このセクターは、ヒッグズの湯川結合定数だけではなく、フェルミオンの質量項をも与える。つまり、

$$\mathcal{L}_Y = \bar{d} M_D d + \bar{u} M_U u + Y_{ij}^{u1} \bar{Q}_i u_{Rj} (\phi_1 - v_1) + Y_{ij}^{u2} \bar{Q}_i u_{Rj} (\phi_2 - v_2) \\ + Y_{ij}^{d1} \bar{Q}_i d_{Rj} (\tilde{\phi}_1 - v_1^*) + Y_{ij}^{d2} \bar{Q}_i d_{Rj} (\tilde{\phi}_2 - v_2^*) + h.c. \quad (3.56)$$

ここで、 $M_U = Y^{u1} v_1 + Y^{u2} v_2$ と $M_D = Y^{d1} v_1 + Y^{d2} v_2$ はそれぞれ、アップとダウンの質量行列である。ヒッグズ二重項が一つの理論と異なり、明らかに、質量を対角化したときに、中性ヒッグズとの湯川結合定数が、対角化されず、中性ヒッグズが、FCNCを引き起こすことが分かる。このことは、アップセクターとダウンセクターに質量を与えるヒッグズ粒子が、それぞれ一つずつであることが本質的である。二つ以上から質量行列への寄与があると、質量の固有状態を基底に取ったときに、中性ヒッグズの湯川結合定数は一般には対角化されず、中性ヒッグズ粒子の質量がかなり重くないと、実験と矛盾してしまう。

複数のヒッグズ粒子とNFC 上で述べた、FCNCの問題を避けるために、複数のヒッグズ粒子の理論では、普通、アップセクターとダウンセクターに結合するヒッグズ粒子をそれぞれ一つずつにする。この仮定を、Natural Flavour Conservation (NFC) の仮定と呼ぶ。この仮定のもとでは、一つのヒッグズ粒子の理論と同じように、中性ヒッグズの湯川結合は、フレーバーを変えないことが分かり、FCNCの実験と矛盾しない。このような湯川結合に関する仮定を、繰り込み理論に於いて矛盾なく導入するためには（つまり、輻射補正で、禁止した湯川結合に対して、発散が生じるようなことを避けるためには）、普通、対称性を導入して、そのことを保証する。この対称性は、アップセクターに結合するヒッグズと、ダウンセクターに結合するヒッグズとは、量子数が異ならなければならないことに、注意する。

CPの自発的な破れと複数のヒッグズ粒子 ヒッグズ二重項が一つの模型は、CPの自発的な破れは起こらない。なぜなら、 $U(1)_Y$ の対称性が、真空期待値の位相を消去できるからである。従って、CPを自発的に破るためには、ヒッグズ二重項が二つ以上いることが分かる。二つのヒッグズ二重項については、T. D. Leeによって調べられ^[11]、実際にCPの自発的な破れが起こることが示されている。ところが、物理的な荷電ヒッグズ粒子が、一つしか存在せず、そのために、CPの破れは、中性ヒッグズ粒子の交換過程を通してのみ起こる。K中間子に於けるCPの破れを説明できるほど充分大きく壊そうと思うと、FCNCが避けられず、このままでは現実的な理論ではないことが、S. Weinbergによって指摘されている。S. Weinbergは同時に、その困難を避けるためには、ヒッグズ二重項を三つ以上導入すればよいことをも指摘している^[12]。三つ以上あると、物理的な荷電ヒッグズ粒子が二つ以上あることが本質的で、そのために、荷電ヒッグズ粒子の交換に於いて、CPを破ることができ、従って、FCNCを小さくしたまま、CPの破れを大きくすることができる（標準模型に於ける、Wボゾンと同様の働きをする）。

更に、二つのヒッグズ二重項の模型に於いて、FCNCを避けるために、NFCの対称性を課すとCPの自発的な破れは起こらないことが分かる。以下そのことを見る。二つのヒッグズ二重項をそれぞれ ϕ_1, ϕ_2 とし、その量子数が異なるときの一般的なポテンシャルは、

$$V = m_1^2 |\phi_1|^2 + m_2^2 |\phi_2|^2 + \lambda_1 |\phi_1|^4 + \lambda_2 |\phi_2|^4 + \lambda_3 |\phi_1|^2 |\phi_2|^2 + \lambda_4 |\phi_1^\dagger \phi_2|^2 \quad (3.57)$$

と書ける。真空期待値は、 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性を考慮すれば、一般に、

$$\langle \phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 e^{i\delta} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \phi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_2 \\ \bar{v} \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

と書けるが、ポテンシャルは、位相 δ に依らないことが分かる。従って、CPの自発的な破れは起こらない。以上が、ヒッグズ二重項が二つの理論において、同時にNFCの対称性を課す（FCNCが現れないようにする）と、CPは自発的には破れない、といままで信じられてきた論理である。

ところが、後にSUSY模型に於いて具体的に示す^[13]ように（このD論の一部）、この論理には、抜け穴がある。それは、NFCで欲求される対称性は湯川セクター、即ち、次元4の項である、ということである。従って、次元4未満の項に於いてはその対称性は破れていてもよい。一旦対称性を破ると、輻射補正の有限部分まで考慮すれば、その破れは、次元4以上の項にまで、小さくはあるが及ぶ。つまり、ポテンシャルとしては、一般の二つのヒッグズ二重項のものになり、CPの自発的な破れが許される理論が存在する可能性がある。また、その対称性の破れが、FCNCに及ぼす影響が気になるが、その影響は、高々、輻射補正のオーダーなので、やはり小さいことが期待できる。実際、超対称性標準模型（二つのヒッグズ二重項）に於いて、FCNCの実験を満たしながら、CPが自発的に破れ得ることを以下の章でみる。

4. SUSYとCPの破れ

この章では、SUSY模型、特に超対称性標準模型に於いて、CPの破れが、どの様に表現されているかを見る^[14,8,22]。

4.1. 超対称標準模型 (MSSM) の場の種類

超対称性とは、先に述べたように、ボゾンとフェルミオンとの間の対称性であるので、超対称性標準模型と言うのは、標準模型に於いて、フェルミオンである粒子 (クォーク q 、レプトン l) に対しては、新たにボゾン粒子 (スクォーク \tilde{q} 、スレプトン \tilde{l}) を、また、標準模型に於いて、ボゾンである粒子 (ゲージ粒子 g 、ヒッグズ粒子 H) に対しては、新たにフェルミオン粒子 (ゲージーノ \tilde{g} 、ヒッグジーノ \tilde{H}) をスーパーパートナーとして導入する。スーパーパートナーは量子数が同じで、スピンのみが違ふ。ここで注意すべき事柄は、ヒッグズ粒子の数である。標準模型をスーパー化すると、フェルミオンのカイラル対称性がボゾンにも導入され、そのために、アップセクターに質量を与えるヒッグズ粒子と、ダウンセクターに質量を与えるヒッグズ粒子とは、違ふ粒子でなければならず、少なくとも、二つのヒッグズ粒子がなければ、この世は記述できないことがわかる。また、ヒッグジーノのアノマリを相殺するためにも、二つ必要であることが知られている。このカイラル対称性が、複数のヒッグズ理論に於けるNFCの対称性に対応していることに注意する。

4.2. 超対称性標準模型

標準模型をスーパー化したラグランジアンは、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SUSY} = & gauge\ term + \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left(\sum_a \hat{\phi}^\dagger e^V \hat{\phi} \right) \\ & + \int d^2\theta \left(\sum_{i,j=1}^3 Y_{ij}^u \hat{Q}_i \hat{u}_{Rj}^c \hat{H}^u + Y_{ij}^d \hat{Q}_i \hat{d}_{Rj}^c \hat{H}^d + Y_{ij}^e \hat{L}_i \hat{e}_{Rj}^c \hat{H}^e \right) + \mu \hat{H} \hat{H}^c, \\ Q_i = & \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad L_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L, \end{aligned} \quad (4.1)$$

となる。ここでハット場は超場を表す。 V はベクター場、それ以外はカイラル場である。インデックス i, j は、世代を表す (つまり、 $i, j = 1, 2, 3$ である)。ところが、自然は超対称性を持っていないので、破らなければならない。二次発散が生じないように、ソフトに超対称性を破る。そのラグランジアンは、

$$\mathcal{L}_{soft} = - \left(\sum_{ij=1}^3 A_{ij}^u Y_{ij}^u \tilde{Q}_i \tilde{u}_{Rj}^c H^u + A_{ij}^d Y_{ij}^d \tilde{Q}_i \tilde{d}_{Rj}^c H^d + A_{ij}^e Y_{ij}^e \tilde{L}_i \tilde{e}_{Rj}^c H^e \right)$$

$$- B\mu H H^c - \frac{1}{2} \sum_a \mu_a \tilde{\lambda}_a \tilde{\lambda}_a + h.c. - \sum_{all\ scalar} \tilde{m}_a^2 |\phi_a|^2 \quad (4.2)$$

と書ける。ここで、 λ_a はゲージーノである。複素数が許されるパラメータは湯川結合 Y とスカラー三点結合定数 A とヒッグズの混合 B とゲージーノの質量 μ_a とヒッグズの超対称性質量 μ である。標準模型の時は、CPの破れを表す複素数は、湯川結合しか許されなかったが、超対称標準模型においては、CPの破れを起源は、たくさんあることに注意する。

4.3. 超対称性理論とFCNC

この節では、標準模型に於いては、GIM機構が働いて、FCNCが抑制されたことが、超対称性理論に於いては、どのようになるかを見る^[22]。フレーバーが変わる相互作用は、湯川結合と三点結合があるが、フェルミオンの質量の固有状態と、スフェルミオンの質量の固有状態の基底が、一般には違ふために、FCNC、特にK中間子の質量混合に関する寄与が生じる。K中間子の質量混合に対する寄与は、標準模型に於いては、図(1)のような過程によるものであったが、その超化した過程が図(2)である。この図からのK中間子の質量の混合 M_{12} に対する寄与からスクォーク、ゲージーノの質量に対する制限

$$\frac{1}{m_W^2} \frac{g_2^4}{192\pi^2} \left(\frac{\Delta \tilde{m}_q^2}{\tilde{m}_q^2} \right)^2 |\epsilon|^2 < \frac{1}{2} 10^{-12} \text{GeV}^{-2} \quad (4.3)$$

が与えられる。ここでスクォーク、ウィーノ、クォークのゲージ結合項に現れる世代混合行列、超小林-益川行列を

$$V \sim \begin{pmatrix} 1 & O(\epsilon) & O(\epsilon^2) \\ O(\epsilon) & 1 & O(\epsilon) \\ O(\epsilon^2) & O(\epsilon) & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

と仮定した。 $|\epsilon|^2 \sim O(1/20)$ 、ウィーノの質量 $m_W \sim 100 \text{GeV}$ と思うと、この条件は、

$$\frac{\Delta \tilde{m}_q^2}{\tilde{m}_q^2} < O\left(\frac{1}{30}\right) \quad (4.5)$$

となる。ここで $\Delta \tilde{m}_q^2$ は同じ量子数を持ち、違ふ世代のスクォークの二乗質量の差である。この一見不自然な関係式は、超重力理論からSUSYの破れが導き出されると仮定することにより、満たされると思われる。超重力理論に於いては、SUSYの破れは隠れた世界に於いて、自発的に破れ、それが重力を通じて、現実の世界に影響を与えるという理論である。重力は、物質の量子数を見ない (スピンを除いて) ので、スカラーはすべて同じSUSYの破れ (スカラーの質量) を得る。つまり、プランクスケールに於いて、

$$A^u = A^d = A^l = A \cdot 1, \quad m_s = m(\text{for any scalar}), \quad \mu_a = M(\text{for any gaugino}) \quad (4.6)$$

となっている。このことが、FCNCがでないことを保証していると考えられている。

ところが、その他に、超対称性理論に於いては、一般にはスフェルミオンの質量項において世代間の混合があり、図(3)のような寄与があることが後に指摘された。それは、

$$\Delta m_K(a) = \frac{4}{3} \eta B_K m_K f_K^2 \alpha_S^2 \left[\frac{11}{108} \frac{G(x)}{\tilde{m}^6} + \frac{1}{9} m_{\tilde{g}}^2 \frac{M(x)}{\tilde{m}^8} \right] (\Delta_{LL}^d)_{12}^2 \quad (4.7)$$

$$\Delta m_K(b) = \frac{4}{3} \eta B_K m_K f_K^2 \alpha_S^2 \left\langle \frac{1}{2} \left[\frac{7}{27} + \frac{4}{9} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 \right] \frac{G(x)}{\tilde{m}^6} + \frac{11}{18} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 m_{\tilde{g}}^2 \frac{M(x)}{\tilde{m}^8} \right\rangle (\Delta_{LR}^d)_{12}^2 \quad (4.8)$$

$$\Delta m_K(c) = \frac{4}{3} \eta B_K m_K f_K^2 \alpha_S^2 \left\langle \frac{1}{2} \left[\frac{1}{9} - \frac{2}{27} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 \right] \frac{G(x)}{\tilde{m}^6} + 6 \left[\frac{1}{18} + \frac{8}{27} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 \right] m_{\tilde{g}}^2 \frac{M(x)}{\tilde{m}^8} \right\rangle (\Delta_{LL}^d)_{12} (\Delta_{RR}^d)_{12} \quad (4.9)$$

である。ここで、 $x = m_{\tilde{g}}^2/\tilde{m}^2$ であり、 η はQCD補正に関係したパラメータで、0.7 と取る。 Δ は、スクォークの世代間の混合質量で、例えば $(\Delta_{LL}^d)_{12}$ は、カイラリティーが左のダウンセクターの1、2世代間の混合質量を表す。関数 $G(x)$ と $M(x)$ は、

$$G(x) = \frac{(1-x)^{-5}}{2} [-x^3 - 9x^2 + 9x + 1 + 6x(1+x) \ln x] \quad (4.10)$$

$$M(x) = \frac{(1-x)^{-5}}{6} [-x^3 + 9x^2 + 9x - 17 - 6(3x+1) \ln x]$$

である。 $B_K = 1$ 、 $\alpha_S = 0.12$ 、スクォークの質量 $\tilde{m} = 100 \text{ GeV}$ 、ゲージノの質量 $m_{\tilde{g}} = 70 \text{ GeV}$ と取ると、

$$\Delta m_K = 3.5 \times 10^{-15} \text{ GeV} \quad (4.11)$$

より、

$$\begin{aligned} (\Delta_{LL}^d)_{12} &< 35.43 \text{ GeV}^2 \\ (\Delta_{LR}^d)_{12} &< 6.87 \text{ GeV}^2 \\ \sqrt{(\Delta_{LL}^d)_{12} (\Delta_{RR}^d)_{12}} &< 5.14 \text{ GeV}^2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

というような条件が必要になってくる。超重力理論に於いては、 $\Delta_{LR}, \Delta_{RR} \sim 0$ が成り立っていて、 Δ_{LL} は輻射補正の効果であり、クォークの質量の二乗と小林-益川行列の二乗に比例しているので小さいと考えられ得る。いずれにせよ、FCNCの抑制が超重力理論の一つの動機であることは間違いない。

4.4. 超対称性理論固有のCPの破れ

この節では、超対称性理論固有のCPの破れを見るために、湯川結合定数を実に取って議論する。

超対称性理論の固有のCPの破れの機構 超化したために新たにCPの破れの起源が導入されるが、それは次の三つソフトなSUSYの破れの項によるものである。

- 1) スカラーの三点結合定数によるもの。
- 2) ゲージノの質量によるもの。
- 3) ヒッグズの質量の混合パラメータによるもの。

ヒッグズが真空期待値を持つと、フェルミオンの質量行列とスフェルミオンの質量行列が一般には複素行列になる。それらの粒子の質量の固有状態で考えると、ゲージノ、フェルミオン、スフェルミオン湯川結合等が、複素行列になる。その位相が超対称性理論固有のCPの破れを表す。この破れは、後にみるようにとても大きいので、パラメータに関する制限が必要である。ここでは、超重力的なパラメータで考える。プランクスケールに於いて、

$$A^u = A^d = A^l = A \cdot 1, \quad m_s = m (\text{for any scalar}), \quad \mu_a = \mu_f (\text{for any gaugino}) \quad (4.13)$$

という関係の下では、スクォーク(ダウン)の質量行列 \tilde{M}_d は、ダウンクォークの質量行列 M_d を用いて、

$$\begin{pmatrix} \tilde{d}_L^\dagger & \tilde{d}_R^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m^2 \cdot 1 + M_d M_d^\dagger & A^* M_d \\ A M_d^\dagger & m^2 \cdot 1 + M_d^\dagger M_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_L \\ \tilde{d}_R^c \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

と書け、この行列は、クォークの質量行列を

$$\hat{M}_d = U_L^{d\dagger} M_d U_R^d \quad (4.15)$$

と対角化する行列と、位相 $A = |A| e^{-2i\phi_A}$ を用いた、

$$\tilde{U}_0 = \begin{pmatrix} e^{i\phi_A} U_L^d & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_A} U_R^d \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

という変換行列によって、

$$\begin{pmatrix} m^2 \cdot 1 + \hat{M}_d \hat{M}_d^\dagger & |A| \hat{M}_d \\ |A| \hat{M}_d^\dagger & m^2 \cdot 1 + \hat{M}_d^\dagger \hat{M}_d \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

と書き直せる。この行列は、フレーバーに対して対角的で、従って、フレーバーが変わるCPの破れ(例えば、K中間子)には効かない(中性子の電気双極子モーメントには効く)。

ところが、パラメータの関係は、プランクスケールでのことであって、ウィークスケールではそのような関係はない。繰り込み群方程式で、その間をつなぐと、スクォークの質量行列は、アップクォークの質量行列 M_u も用いて、

$$\begin{pmatrix} \tilde{m}_L^2 \cdot 1 + c_d M_d M_d^\dagger + c_u M_u M_u^\dagger & A^* M_d \\ A M_d^\dagger & \tilde{m}_R^2 \cdot 1 + c'_d M_d^\dagger M_d \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

と書ける。ここで c_d と c'_d と c_u は繰り込み群方程式から定まる量の $O(1)$ の量である。また、行列 A も、非対角行列になるが、ここでは無視する。やはり U_0 によって書き直すと、

$$\begin{pmatrix} \tilde{m}_L^2 \cdot 1 + c_d \hat{M}_d \hat{M}_d^\dagger + c_u K^\dagger \hat{M}_u \hat{M}_u^\dagger K & |A| \hat{M}_d \\ |A| \hat{M}_d^\dagger & \tilde{m}_R^2 \cdot 1 + c'_d \hat{M}_d^\dagger \hat{M}_d \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

となる。ここで K は小林-益川行列である。この行列を対角化する行列 U_1 をとすると、結局元の行列を対角化する行列は、

$$U = U_0 U_1 \quad (4.20)$$

となる。グルイーン、クォーク、スクォーク結合は、これらの変換後、質量の固有状態で表すと、

$$\mathcal{L} = \sqrt{2} g_s \tilde{g} \begin{pmatrix} \tilde{d}_L^\dagger & \tilde{d}_R^\dagger \end{pmatrix} U_1 \begin{pmatrix} e^{-i\phi} d_L \\ e^{i\phi} d_R^c \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

となる。ここで g_s は QCD のゲージ結合定数で、位相 ϕ は、ゲージノ質量の位相 ϕ_g とスカラー三点結合の位相 ϕ_A の差、つまり $\phi \equiv -\phi_g + \phi_A$ である。ここですぐに分かることは、K 中間子の混合に関して CP を破るには、2 世代で充分であることである。

K 中間子の混合 簡単のために 2 世代で考えてみる。すると、行列は近似的に、

$$U_1 = \begin{pmatrix} c_\theta c_1 & s_\theta c_2 & c_\theta s_1 & s_\theta s_2 \\ -s_\theta c_1 & c_\theta c_2 & s_\theta s_1 & c_\theta s_2 \\ -s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

となる。ここで、 $c_\theta = \cos \theta$ 、 $s_1 = \sin \rho_1$ etc. であり、

$$\begin{aligned} \tan 2\rho_1 &\sim \frac{2m_d |A|}{\tilde{m}_L^2 - \tilde{m}_R^2} \ll 1 \\ \tan 2\rho_2 &\sim \frac{2m_s |A|}{\tilde{m}_L^2 - \tilde{m}_R^2} \ll 1 \end{aligned} \quad (4.23)$$

となっている。 $\theta \sim \theta_{\text{cabbibo}}$ と仮定すると、図 (3. b)* のような過程により、K 中間子の混合に関する CP

* FCNC と異なり、SUSY 固有の CP の破れに関しては、 Δ_{LR} の寄与しかないことは、重要なポイントである。

の破れは、

$$\text{Im} M_{12} \sim \frac{1}{6} \frac{\alpha_s^2}{m_g^6} (\tilde{m}_s^2 - \tilde{m}_d^2)^2 I(z) \frac{m_K^3 f_K^2}{(m_d + m_s)^2} B \theta_c^2 \rho_2^2 \sin 4\phi \quad (4.24)$$

と書ける。ここで、 $z \sim \tilde{m}_q^2 / m_g^2$ であり、関数 $I(z)$ は

$$\begin{aligned} I(z) &\sim 10, \quad z \sim \frac{1}{2} \\ I(z) &\sim -\frac{1}{z^2}, \quad z \ll 1 \\ I(z) &\sim -\frac{6}{z^4} \ln z, \quad z \gg 1 \end{aligned} \quad (4.25)$$

という性質を持つ。これが、どのぐらいの効果を及ぼすか、は ϕ の大きさによる。位相 ϕ は次に述べる中性子の電気双極子モーメントから強い制限 $\phi \leq 10^{-3}$ がつき、この条件の下では、SUSY 固有の位相 ϕ の CP の破れのパラメータ ϵ に対する寄与は、適当なパラメータの下で非常に小さくなる ($\epsilon_{\text{SUSY}} \sim 10^{-8}$)。FCNC と比較して、このような小さな値になる理由は、超重力の境界条件の下では、 Δ_{LR} に関して、フレーバーの遷移が起こらない (この項が湯川結合に比例している) ためである。そのために、フレーバーを遷移させて、かつ、CP も破ろうと思うと、 $\Delta_{LL} \Delta_{LR}$ という形が必要である。これは、FCNC に比べて、小さい量 Δ が一つ多い。そのために、SUSY 固有の CP の破れは小さいのである。もし、 Δ_{LR} においてもフレーバーの遷移があるような模型を考えるならば、そのような抑制は起こらず、SUSY 固有の CP の破れも効き得ることに注意する。SUSY 固有の FCNC に対する寄与が、実験値と同じぐらいとすると、その CP の破れに対する寄与が、位相 ϕ の大きさの分だけ小さいとしても、小さい位相 $\phi \sim 10^{-3}$ の程度はちょうど小さい CP の破れ $\epsilon \sim 10^{-3}$ の程度と等しいことが分かり、SUSY 固有の CP の破れも効き得ることがわかる。このことは、CP の破れを、SUSY 固有の破れだけで説明しようとするときには重要である。

中性子の電気双極子モーメント 図 (4) のような過程から、中性子の電気双極子モーメントが生じ、2 世代で考えると、

$$d_N \sim -\frac{2e}{9\pi} \frac{\alpha_s}{m_g} \rho_1 \sin 2\phi \left(\frac{\tilde{m}_L^2 - \tilde{m}_R^2}{m_g^2} \right) \frac{1}{z^4} D(z) \quad (4.26)$$

と計算される。ここで、

$$D(z) = \frac{z^2}{(z-1)^3} \left(\frac{z}{2} + \frac{5}{2} - (2z+1) \frac{\ln z}{z-1} \right) \quad (4.27)$$

である。 $\tilde{m}_L^2 - \tilde{m}_R^2 \sim m_g^2 \sim \tilde{m}_{sq} \sim m_W$ として評価すると、

$$d_N \sim 10^{-22} \phi e c m \quad (4.28)$$

となり、実験の制限 $d_N < 1.2 \times 10^{-25} \text{ cm}$ と比べると、

$$\phi < 10^{-3} \quad (4.29)$$

という制限がつくことが分かる。このことは、SUSY固有の位相が他にもあり、また、中性子の電気双極子モーメントに対する寄与を与える過程が他にもあることから考えても、不自然であろう。

4.5. 超重力理論とCPの破れ

このことについて、どの様に考えられているかを以下述べる。SUSY固有のCPの破れは、SUSYを破る項からきている。SUSYを破る項は、超重力理論に於いて、隠れた世界から供給されるものである。だから、SUSY固有のCPの破れは、超重力理論に於いて、SUSYの破り方で自然に小さくできるかも知れない。そして、それはできる、と考えられていて、例えば、No-Scale 超重力理論^[28]に於いては、SUSYの破れは、すべて一つのゲージノの質量から導き出されるが、そのために、SUSYの破れのパラメータの位相は、揃ってしまう。物理量に効く位相は必ず差の形ではいるので、このことはSUSY固有のCPの破れが、小さいことを保証する。No-Scale 超重力理論の他にも、SUSY固有のCPの破れが小さいようなパラメータの境界条件を与える超重力理論はあるようである^[29]。

5. MSSMと自発的なCPの破れ

本章では、超対称性標準模型に於いて、CPの自発的な破れが起こり得ることを示す^[13]。先章でみたように一般に2ヒッグズ二重項に自然なフレーバー保存の対称性を課した場合にはCPが自発的には破れないことが知られているが、一方超対称性標準模型においては超対称性に起因するカイラリティがその対称性になっているので、CPは自発的には破れないことが予想される。しかしながら、自然は超対称をもっていないので破らなければならない。その際に、超対称を導入した理由である‘自然さ’、つまりスカラー粒子に起因する2次発散、が現れないようにソフト（破れの項の次元が3以下）に破る。その場合に於いても輻射補正を考えない限り（考えるにしても、繰り込み群等発散部分の輻射補正を考慮するだけの場合）CPは自発的に破れることはない。しかしながら、以下に示すように、輻射補正の有限部分を考慮すれば、CPは自発的に破れ得ることが分かる。その際に重要な点は、輻射補正の有限部分を考慮して初めて、ソフトな対称性の破れが次元4の項まで影響するということである（シマンツィクの定理）^[30]。

5.1. 2ヒッグズ二重項と自発的なCPの破れ

初めに2ヒッグズ二重項のポテンシャル問題を、T. D. Leeの解析をソフトな破れにも対応できるように一般化して調べ、CPが自発的に破れる条件を議論する。2ヒッグズ二重項の一般的なポテンシャルは、次のように書ける。

$$\begin{aligned} V = & m_1^2 |\phi_1|^2 + m_2^2 |\phi_2|^2 - (m_3^2 \phi_1^\dagger \phi_2 + h.c.) \\ & + \lambda_1 |\phi_1|^4 + \lambda_2 |\phi_2|^4 + \lambda_3 |\phi_1|^2 |\phi_2|^2 + \lambda_4 |\phi_1^\dagger \phi_2|^2 \\ & + (\phi_1^\dagger \phi_2)(\lambda_5 \phi_1^\dagger \phi_2 + \lambda_6 |\phi_1|^2 + \lambda_7 |\phi_2|^2 + h.c.) \end{aligned} \quad (5.1)$$

ここで ϕ_1, ϕ_2 はヒッグズ二重項であり、一般には $m_3^2, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$ は複素数であるが、ここでは自発的なCPの破れを議論するために実を取る。（このポテンシャルだけに注目していると、一般に、 $m_3^2 = 0$ とおけるが、湯川相互作用等別の項も考慮すればそのようには置けないことに注意する。まさにこの点が、T. D. Leeの解析と本質的に異なっている。）真空期待値は、 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ という対称性も考慮すると、一般に次のように採れる。

$$\langle \phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 e^{i\delta} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \phi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_2 \\ \bar{v} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

ここで v_1, v_2, \bar{v} は実で非負である。自発的にCPを破るためには、 $\sin \delta \neq 0$ でなければならない。ここでは

そのための条件を求める。上の真空期待値をポテンシャルに代入すると、

$$\begin{aligned} \langle V \rangle = & \frac{1}{2}m_1^2 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2^2(v_2^2 + \bar{v}^2) + \frac{1}{4}\{\lambda_1 v_1^4 + \lambda_2(v_2^2 + \bar{v}^2)^2 + \lambda_3 v_1^2(v_2^2 + \bar{v}^2) + \lambda_4 v_1^2 v_2^2\} \\ & - \{m_3^2 - \frac{1}{2}\lambda_6 v_1^2 - \frac{1}{2}\lambda_7(v_2^2 + \bar{v}^2)\}v_1 v_2 \cos \delta + \frac{1}{2}\lambda_5 v_1^2 v_2^2 \cos 2\delta \end{aligned} \quad (5.3)$$

となる。 $\lambda_5 v_1 v_2 = 0$ の時は明かに $\cos \delta = \pm 1$ つまり $\sin \delta = 0$ となり、自発的な CP の破れは起こらないことが分かる。 $\lambda_5 v_1 v_2 \neq 0$ の場合、ポテンシャルの真空期待値は、

$$\begin{aligned} \langle V \rangle = & \frac{1}{2}m_1^2 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2^2(v_2^2 + \bar{v}^2) + \lambda_5 v_1^2 v_2^2 \{(\cos \delta - \Delta)^2 - \Delta^2\} \\ & + \frac{1}{4}\{\lambda_1 v_1^4 + \lambda_2(v_2^2 + \bar{v}^2)^2 + \lambda_3 v_1^2(v_2^2 + \bar{v}^2) + (\lambda_4 - 2\lambda_5)v_1^2 v_2^2\} \end{aligned} \quad (5.4)$$

と変形できる。ここで

$$\Delta \equiv \frac{2m_3^2 - \lambda_6 v_1^2 - \lambda_7(v_2^2 + \bar{v}^2)}{4\lambda_5 v_1 v_2} \quad (5.5)$$

である。この式から、 $\sin \delta \neq 0$ となるための必要充分条件は、

$$\begin{aligned} \lambda_5 & > 0 \\ -1 & < \Delta < 1 \end{aligned} \quad (5.6)$$

であることがすぐに読み取れる。更にその条件下では、ポテンシャルの真空期待値はある関数 $F(x, y)$ を用いて、次のように書けることが分かる。

$$\langle V \rangle = F(v_1^2, v_2^2 + \bar{v}^2) + (\lambda_4 - 2\lambda_5)v_1^2 v_2^2 \quad (5.7)$$

この式からただちに $SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_Q$ つまり $\bar{v} = 0$ となるための条件は

$$\lambda_4 - 2\lambda_5 < 0, \quad (5.8)$$

であることが分かる。この節では、2 ヒッグズ二重項理論に於いて自発的に CP を破り、かつ $U(1)_Q$ に壊れるための条件を求めた。

5.2. MSSM のポテンシャル：ツリーの解析

超対称性理論に於いては、少なくとも2つのヒッグズ二重項 H, H' が必要となる。その理由は、カイラリティのためにアップセクターとダウンセクターに結合するヒッグズが異なっているということと、アノマリーを相殺するためである。MSSM のラグランジアンは (必要と思われるところのみ)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{soft} \\ \mathcal{L}_{SUSY} &= \text{kinetic term} \\ &+ \left[\int d^2\theta \left(\sum_{i,j=1}^3 Y_{ij}^u \hat{Q}_i \hat{u}_{Rj}^c \hat{H}' + Y_{ij}^d \hat{Q}_i \hat{d}_{Rj}^c \hat{H} + Y_{ij}^e \hat{L}_i \hat{e}_{Rj}^c \hat{H} \right) + \mu \hat{H} \hat{H}' + h.c. \right], \\ \mathcal{L}_{soft} &= - \left(\sum_{ij=1}^3 A_{ij}^u Y_{ij}^u \hat{Q}_i \hat{u}_{Rj}^c H' + A_{ij}^d Y_{ij}^d \hat{Q}_i \hat{d}_{Rj}^c H + A_{ij}^e Y_{ij}^e \hat{Q}_i \hat{e}_{Rj}^c H \right) \\ &- B\mu H H' - \frac{1}{2} \sum_a \mu_a \tilde{\lambda}_a \tilde{\lambda}_a + h.c. - \sum_{\text{all scalar}} \tilde{m}_i^2 |\phi_i|^2 \\ Q_i &= \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad L_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L, \end{aligned} \quad (5.9)$$

である。ここでハット場は超場を表し、チルド場はスーパーパートナーを表している。 Y は湯川結合定数で A, B, \tilde{m}_i, μ_a はソフトな超対称の破れのパラメーターである。二つのヒッグズ二重項のポテンシャルは

$$\begin{aligned} V_{tree} = & m_1^2 |\phi_1|^2 + m_2^2 |\phi_2|^2 - m_3^2 (\phi_1^\dagger \phi_2 + \phi_2^\dagger \phi_1) \\ & + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} (|\phi_1|^4 + |\phi_2|^4) + \frac{g_2^2 - g_1^2}{4} |\phi_1|^2 |\phi_2|^2 - \frac{g_2^2}{2} |\phi_1^\dagger \phi_2|^2, \end{aligned} \quad (5.10)$$

で与えられる。ここで g_2 と g_1 はそれぞれ $SU(2)_L$ と $U(1)_Y$ のゲージ結合定数であり、

$$\phi_1 = \epsilon H^* \quad \phi_2 = H' \quad (5.11)$$

となっている ($\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1$)。ここで重要な点は $\lambda_5 = 0$ となっているため CP は自発的には壊れないということである。しかもこの値は CP が自発的に破れるための条件の一つ $\lambda_5 > 0$ について、臨界値であることは注目に値する。このポテンシャルの真空期待値は

$$\begin{aligned} \langle V \rangle_{tree} &= f(v_1^2, v_2^2 + \bar{v}^2) - m_3^2 v_1 v_2 \cos \delta - \frac{g_2^2}{8} v_1^2 v_2^2 \\ &\rightarrow f(v_1^2, v_2^2 + \bar{v}^2) - |m_3^2| v_1 v_2 - \frac{g_2^2}{8} v_1^2 v_2^2 \end{aligned} \quad (5.12)$$

と書ける (ここで f はある関数である)。この式からすぐによく知られた $\bar{v} = 0$ つまり $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ であることが確かめられる。よく知られているように

$$m_1^2 + m_2^2 > 2|m_3^2|, \quad m_1^2 m_2^2 < m_3^4 \quad (5.13)$$

が成り立っているときに、このポテンシャルの最小値が定義できて、

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_1} &\equiv \tan \beta \\ \sin 2\beta &= \frac{2m_3^2}{m_1^2 + m_2^2} \\ \text{sgn}(\cos 2\beta) &= \text{sgn}(m_2^2 - m_1^2) \\ v^2 \equiv v_1^2 + v_2^2 &= \frac{2(m_1^2 - m_2^2 + (m_1^2 + m_2^2) \cos 2\beta)}{-(g_1^2 + g_2^2) \cos 2\beta}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

と表せる。また、その時のヒッグズの質量は、

$$\begin{aligned} M_p^2 &= m_1^2 + m_2^2 = \frac{2m_3^2}{\sin 2\beta} \\ M_c^2 &= M_p^2 + M_W^2 \\ M_{a,b}^2 &= \frac{1}{2} \{ M_p^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_p^2 + M_Z^2)^2 - 4M_p^2 M_Z^2 \cos 2\beta} \} \end{aligned} \quad (5.15)$$

となる。ここで M_p は擬スカラーの質量、 M_c と $M_{a,b}$ はそれぞれ荷電ヒッグズとスカラーの質量で、 M_W と M_Z はそれぞれ W ボソンと Z ボソンの質量である。

この節では、ヒッグズのポテンシャル問題をツリーでみた。

5.3. MSSM のポテンシャル：輻射補正 (1 ループ)

前節で MSSM においては輻射補正を繰り込み群で取り入れる (リーディングログの足し上げ) だけでは CP は自発的には破れないことを見た。しかしながら、この節では、輻射補正を有限部分も含めて考慮すれば、CP は自発的に破れ得ることを見る。その理由は、超対称のソフトな破れの効果が、輻射補正の発散部分だけ考慮したのでは、次元 4 以上の項にまで及ばない (つまり $\lambda_{5-7} = 0$) が、有限部分を考慮すれば次元 4 以上の項まで超対称性の破れの効果が及ぶ (つまり $\lambda_{5-7} \neq 0$) からである。問題は、有限部分まで考慮した 1

ループポテンシャル^{*} において、前々節で議論した CP が自発的に破れるための条件

$$\begin{aligned} \lambda_5 &> 0 \\ -1 &< \Delta < 1 \end{aligned} \quad (5.16)$$

が満たされているかどうかである。 $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ となるための条件

$$\lambda_4 - 2\lambda_5 < 0 \quad (5.17)$$

は、ツリーレベルで満たされているので問題ない。最も自明でない条件は、 $\lambda_5 > 0$ である。何故なら、ツリーでの λ_5 の値は、臨界値 0 であるからである。 λ_5 に寄与を与えるファインマングラフは 3 種類ある。a) スフェルミオンの寄与と b) ヒッグズの寄与、そして c) ヒッグジーノとゲージジーノの寄与である (図 (5) を参照のこと)。それらの寄与はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_5^{(a)} &= -\frac{N_f}{32\pi^2} Y_f^4 \frac{A_f^2 \mu^2}{\tilde{m}_{fL}^2 \tilde{m}_{fR}^2} K(\tilde{m}_{fL}^2, \tilde{m}_{fR}^2), \\ \Delta\lambda_5^{(b)} &= -\frac{3}{256\pi^2} g_2^4 \frac{B^2 \mu^2}{m_1^2 m_2^2} K(m_1^2, m_2^2), \\ \Delta\lambda_5^{(c)} &= +\frac{3}{32\pi^2} g_2^4 K(\mu_2, \mu), \end{aligned} \quad (5.18)$$

と計算される。with $m_i^2 = m_{\phi_i}^2 + \mu^2$ ここで、関数 K は

$$\begin{aligned} K(x, y) &= \frac{xy}{(x-y)^2} \left(\frac{x+y}{x-y} \ln \frac{x}{y} - 2 \right) > 0, \\ &= \frac{1}{6} \left(1 + O\left(\frac{x-y^2}{y}\right) \right). \end{aligned} \quad (5.19)$$

であり、 Y_f 、 N_f は、それぞれ、フェルミオン f の湯川結合定数、スフェルミオンの数 (スクォークでは $N_f = 3$ で、スレプトンでは $N_f = 1$) である。 A_f 、 \tilde{m}_{fL} 、 \tilde{m}_{fR} 、 B 、 $\tilde{m}_{\phi 1}$ 、 $\tilde{m}_{\phi 2}$ 、 μ_2 は、超対称性をソフトに破るパラメーターである (それぞれ、ヒッグズとスフェルミオンの三点結合定数、左巻きのスフェルミオンの質量、右巻きのスフェルミオンの質量、ヒッグズの混合、ヒッグズ ϕ_1 、 ϕ_2 の超対称の破れの質量、そして $SU(2)_L$ ゲージーノの質量である)。ここで、 $U(1)_Y$ のゲージ結合定数 g_1 は小さいので無視している。こ

* 1 ループ有効ポテンシャルの重要性は、様々な人々によって、指摘されている。真空期待値の繰り込み点依存性を抑える^[31]等の理論的に重要な指摘や、軽いヒッグズ粒子の質量の上限が上がる^[32]など、現象論的に重要な指摘が為されている。

これらの式で、重要なことは、もちろん符号である。スカラーループの寄与 $\lambda_5^{(a,b)}$ が負で、フェルミオンループの寄与 $\lambda_5^{(c)}$ が正であることが分かる。特に $\frac{A}{m_f}$ かつ $\frac{B}{m_i} \ll 1$ の時には、 $\lambda_5 = \Delta\lambda_5^{(a)} + \Delta\lambda_5^{(b)} + \Delta\lambda_5^{(c)}$ は、正になり得ることが分かる。もう一つの条件

$$-1 < \frac{2m_3^2 - \lambda_6 v_1^2 - \lambda_7 v_2^2}{4\lambda_5 v_1 v_2} < 1 \quad (5.20)$$

は、 m_3^2 を調節することに依って満足させることができ、その場合、 m_3^2 は1ループの大きさ、つまり

$$m_3^2 = -B\mu + O(1 - \text{loop}) \sim O(1 - \text{loop}) \quad (5.21)$$

であることがわかる（このことは、条件 $\frac{B}{m_i} \ll 1$ と一致しているが、後にみるように軽いヒッグズ粒子の困難を引き起こす）。ここで v_1 と v_2 は、 m_1^2 と m_2^2 の自由度を用いて、望む値が設定できることに注意する。実際、任意の v_1, v_2 に対して、 m_1^2 と m_2^2 を次の停留条件を満たすように定めることができる。

$$\frac{\partial V}{\partial v_i} = 0, \quad i = 1, 2 \quad (5.22)$$

この停留点 $(v_1, v_2) \neq 0$ が最小値になっているかどうか、という問題がある。この問題を考察するために、関数 $\Delta V = V(v_1, v_2) - V(v_1 = 0, v_2 = 0)$ を条件 $m_3^2 \sim O(1 - \text{loop})$ の下で評価すると、

$$\Delta V = -\frac{g_1^2 + g_2^2}{16} (|v_1|^2 - |v_2|^2)^2 + O(1 - \text{loop}) \quad (5.23)$$

となる。従って、もし $|v_1| \sim |v_2|$ でなければ、1ループの寄与はツリーの寄与を超えられず、停留点 $(v_1, v_2) \neq 0$ は最小値になっていることがわかる。以上の議論により、1ループポテンシャルを評価すれば、MSSMにおいてもCPは自発的に破れ得ることが分かった。

5.4. 軽いヒッグズの問題

前節までの議論により、MSSMにおいてCPが自発的に破れ得ることが分かったが、この節では、その際にあるヒッグズ粒子の質量を簡単に評価したところ、今の実験のバウンドと矛盾することを見る（このことは、Pomarol^[33]により最初に指摘された）。擬スカラーヒッグズの質量はツリーポテンシャルでは $M_p^2 = m_1^2 + m_2^2 = \frac{2m_3^2}{\sin 2\beta}$ となっているが、一方CPが自発的に破れるためには $-1 < \frac{2m_3^2 - \lambda_6 v_1^2 - \lambda_7 v_2^2}{4\lambda_5 v_1 v_2} < 1$ 、

これは、 $2m_3^2 \sim 4\lambda_5 v_1 v_2$ と思えるであろう。これらの式より、擬スカラーの質量は

$$M_p^2 \sim \frac{2\lambda_5 v_1 v_2}{\sin \beta \cos \beta} = 2\lambda_5 v^2 \quad (5.24)$$

と評価される。一方、 λ_5 は前節の結果を用いて、

$$\begin{aligned} \lambda_5 &= \Delta\lambda_5^{(a)} + \Delta\lambda_5^{(b)} + \Delta\lambda_5^{(c)} \\ &\leq \Delta\lambda_5^{(c)} = \frac{3}{32\pi^2} g_2^4 K(\mu_2, \mu) \leq \frac{1}{64\pi^2} g_2^4 \end{aligned} \quad (5.25)$$

と評価できる。従って、擬スカラーの質量の上限は、

$$M_p^2 \leq \frac{1}{32\pi^2} g_2^4 v^2 = \frac{1}{2\pi} \alpha_2 M_W^2 \sim (6\text{GeV})^2 \quad (5.26)$$

となる。ここで、 $\alpha_2(M_Z) = 0.0338$ を用いた。この値は、LEP等の実験からのバウンド

$$M_p > 20\text{GeV} \quad (5.27)$$

に矛盾する。この結果をもう少し違う観点からも見るができる。この擬スカラー粒子は、以下にみるように実は、Peccei-Quinn対称性のゴールドストーン粒子である。MSSMにおいて、もし $m_3^2 = 0$ ならば、Peccei-Quinn対称性が存在するが、さらに $v_1 v_2 \neq 0$ ならばその対称性が自発的に破れ、ゴールドストーン粒子がでる。そのことが、擬スカラーの質量表式 $M_p^2 = m_3^2 / \sin 2\beta$ を見れば分かるであろう。一方、CPが自発的に破れるには、 m_3^2 が小さくなくてはならず、従ってPeccei-Quinn対称性が近似的に存在する。その対称性が破れるときに出る擬ゴールドストーン粒子がこの擬スカラー粒子と解釈できる。そのために軽くなると解釈できるのである。しかしながら、このような評価は、どのくらい信用できるか、という問題がある。擬スカラーの質量の式をツリーのものを用いているし（1ループの輻射補正を考慮すれば、軽いヒッグズ粒子の質量の上限が上がる、という有名な効果が期待できるかも知れない）、CPが破れた効果も無視している。僕個人の感触は、ファクターぐらいは変わるかも知れない、と思っているが、かなり無理をして値切らなければならないであろう。

5.5. MSSMに於けるCPの自発的な破れの現象論

この節で述べることは、僕の仕事を受けて、Pomarol^[33]が指摘したものを僕なりに解釈、考察したものである。

自発的なCPの破れがどのような過程で物理に影響を及ぼすか、を見る。そのためにスフェルミオンの質量行列を見てみよう。真空期待値を持った後のスフェルミオンの質量行列（ここでは、ダウンクォークで考える）は、クォークの質量行列 M_d を用いて、

$$\begin{pmatrix} \tilde{d}_L^\dagger & \tilde{d}_R^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{m}_L^2 \cdot 1 + M_d M_d^\dagger & M_d(A^* + \mu \cot \beta \cdot e^{i\delta}) \\ (A + \mu \cot \beta \cdot e^{-i\delta}) M_d^\dagger & \tilde{m}_R^2 \cdot 1 + M_d^\dagger M_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_L \\ \tilde{d}_R \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

と書ける。この表式より、スフェルミオンの質量の混合（CP位相 δ は Δ_{LR} の項にのみ現れている）においてCPが破れることがわかる。

この表式より、中性子の電気双極子モーメントに対する寄与が、図(4)という過程でやはりあることが分かり、中性子の電気双極子モーメントの制限から、自発的なCPの破れの位相 δ に制限 $\delta < 10^{-3}$ がつく。この様な非常に小さいCPの破れの位相を実現するにはある種のファインチューニングが必要となり、自然とは思えないが、それが実現されたとしよう。そのときでも、この位相から、K中間子の混合に関するCPの破れも出さなければならない、という問題が残る。例え、行列 A が非対角的であったとしても、 Δ_{LR} の中で、CPの破れの効果がある項 $\mu \cot \beta \cdot e^{i\delta}$ と、フレーバーの遷移が起きる項 A が違うので、K中間子の混合に関するCPの破れをだすにはやはり、余分に Δ が係り、実験を説明するには小さすぎる事が分かる。

ところが、自発的なCPの破れは、スフェルミオンの質量行列のみではなく、SU(2)ゲージノとヒッグジノの質量の混合にも作用する。そのことは、ラグランジアンの中に、

$$\mathcal{L} = -\frac{g_2}{2} (H_1^0 \tilde{H} (1 + \gamma_5) \tilde{W} + H_2^{0*} \tilde{W} (1 + \gamma_5) \tilde{H}) \quad (5.29)$$

というような項があるためである。このCPの破れを用いると、図(6)のような過程が考えられて、この過程においては、余分な項がついていないので、もし、この過程がFCNCの制限ぎりぎりの値であるならば、K中間子の混合についても、以下のように説明できるかも知れない。

K中間子に対する寄与は、

$$\text{Im} M_{12} \leq \text{Re} M_{12} \delta \quad (5.30)$$

で制限されているので、 δ が小さいまま、 $\text{Im} M_{12}$ を大きくしようと思うと、必然 $\text{Re} M_{12}$ は大きくならなければならない。しかしながら、 $\text{Re} M_{12}$ はFCNCより制限されているので、結局 $\text{Im} M_{12}$ も制限されてしまう。

制限を最も緩めるには、SUSYによるFCNCへの寄与が支配的であると考えられることである。その時、

$$\epsilon \sim \frac{\text{Im} M_{12}}{\text{Re} M_{12}} \leq \delta \leq 10^{-3} \quad (5.31)$$

となり、ぎりぎりのところであるといえよう。

しかしながら、ここで、もし中性子の電気双極子モーメントに対する自発的なCPの破れを表す位相の寄与が、なんらかの形で抑えることができれば、この状態は一変することが期待できるであろう。もし図(4)の過程が最も大きいならば、その寄与は、SUSYの破れのスケールを大きくすることによって、抑えることができる。中性子の電気双極子モーメントは、だいたい、

$$d_N \propto \frac{m_d}{\tilde{m}^2} \delta \quad (5.32)$$

で与えられるからである。そのとき、CPの位相に対する制限も緩くなる。そういう可能性を考えると、K中間子の混合に関する限り、可能性はあるであろう。

中性子の電気双極子モーメントにたいする寄与を与える過程は他にも色々ある^[34] ことを注意する必要があるであろう。

5.6. 強いCPの問題について

CPを自発的に破ることを考える際の、大きな動機の一つに、強いCPの問題を解決することがある^[10]。世界は元々CP不変であったのであるから、CPを破るパラメータ θ は、元々ゼロである。自発的に破れたときには、 θ がゼロであることは保証されないが、真空期待値という次元を持った量で破れているので無次元量 $\bar{\theta}$ は有限に計算できるというのが特徴的なことである。

一方、前に述べたように、ヒッグズが真空期待値を持った後には、有効的な強いCPの破れのパラメータ $\bar{\theta}$ が

$$\bar{\theta} = \theta + \arg \det(M_u M_d) + \arg \det(\mu_3) \quad (5.33)$$

で定義され、その値が中性子の電気双極子モーメントで $\bar{\theta} < 10^{-9}$ に抑えられている。ここで、 M はフェルミオンの質量行列、 μ_3 は $SU(3)_C$ ゲージノの質量行列である。つまり、自発的なCPの破れで強いCPの問題を解決するには、破れた後に生じる $\bar{\theta}$ を計算し（有限に計算可能）その値が、 $\bar{\theta} < 10^{-9}$ であることを示せばよい。ところが、今の場合、フェルミオンに質量を与えるヒッグズの真空期待値でCPを破っているために、 $\arg \det(M_u M_d)$ の項の効果が $O(\delta)$ になってしまう（一方、 $\arg \det(\mu_3)$ は元々ゼロであり、ひっぐずが真空期待値を持ったときもゼロである）。そのために、強いCPの問題は、解決できないと考えられる。

低エネルギーでの、自発的なC Pの破れがあまり考えられない理由の一つが、このことである。これを機会に、低エネルギーでの自発的なC Pの破れ自身が持っていると思われる問題点を挙げてみる。

- a) C Pを自発的に破るためには、複数個ヒッグズが必要で、その時、一般にはFCNCがでしてしまう。
- b) 宇宙論的には、C Pという離散的な対称性を低エネルギー破る際には、ドメインウォールの問題が生じると考えられている。
- c) フェルミオンに質量を与えるヒッグズでC Pを破ると、上で述べたように、強いC Pの問題が解決されない。

問題 a) については、SUSY理論に於いては、カイラリティやRパリティ等FCNCを生じるような湯川結合を禁止する対称性があるので、おおむね大丈夫である。問題 b) については、よく分からないが、最近、自発的なC Pの破れについては、ドメインウォールの問題は生じないかという論文もあるようだ^[35]。問題 c) については、フェルミオンに質量を与えないヒッグズでC Pを破るという可能性が残されている。もちろん、この場合に於いても、輻射補正に依って、 $\bar{\theta} < 10^{-9}$ が満足されていることを確かめなければならない。このことは次の章で考える模型の一つの動機でもある。

6. その他の超対称性理論と自発的なC Pの破れ

MSSMに於ける自発的なC Pの破れが、現実的になるには、いろいろと問題があることを5章でみたが、この章では、その問題点を回避する道を模索する。また、その際に、できれば超対称性理論に於ける、大統一理論によるゲージ階層性の説明を壊さない、ということを原理にしたい。すると、超対称性標準模型の場の種類は変えないか、付け加えるとしても、ゲージ相互作用しない粒子を考えるのが、考え易い方向なので、その範囲で模索する。

6.1. MSSMに於ける自発的なC Pの破れの問題点

この節では、5章で調べたMSSMに於ける自発的なC Pの破れについての問題点をまとめる。その問題点は次のようなものである。

- a) 中性子の電気双極子モーメントに対する寄与が大きすぎるために、C Pの破れの位相を不自然なぐらい小さくしなければならない。
- b) そのために、K中間子に対する寄与が小さくなって、実験値を説明するには、非常に苦しくなる。
- c) 軽いヒッグズ粒子が予言される ($m_a < 6\text{GeV}$)。この値は実験のバウンド ($m_a > 20\text{GeV}$) に矛盾する。
- d) 強いC Pの問題を解決できない。その理由は、クォークの質量を与えるヒッグズでC Pを破るために、強いC Pの破れのパラメータに対する輻射補正が $O(1)$ になってしまうからである。
- e) ウィークスケールでの離散的な対称性 (例えばC Pのような) の自発的な破れは、宇宙論的に、ドメインウォールの問題を引き起こす。

問題 e) については、前章の終わりに触れたように、C P対称性については、この問題は避けられるという最近の研究があることを指摘しておくにとどめる^[35]。問題 b) は、問題 a) を解決すれば、解決できる可能性がある。また、前章で述べたように超対称性の破れのスケールを大きくすれば、位相 ϕ を大きくできるので解決できる可能性がある。問題 d) が示しているように、クォークに質量を与えるヒッグズでC Pを破ると強いC Pの問題が解決できない。従って、クォークに質量を与えるヒッグズ以外のヒッグズでC Pを破れば良いのではないかと考えられる。そのようにすると、問題 a) も解決できるかも知れない。というのは、クォークに直接結合していないヒッグズでC Pを破るので、中性子の双極子モーメントに対する寄与が小さくなることが期待できるからである。最も、理想的な期待としては、中性子の双極子モーメントには、1ループの寄与がなく、K中間子の混合に対しては、1ループの寄与があるような模型を考えることである。この期待が成立するかどうかは、まだ詰められていないが、以下、その候補を上げてみる。

6.2. MSSM+ (自発的) R-パリティの破れ

超対称性標準模型の場の中で、ヒッグズの役割ができる粒子が他にあるかどうか考えてみると、スニュウトリノがそうである。スニュウトリノには左巻きと右巻きがあるが、ここでは左巻きを考える（右巻きは後に考える）。

左巻きのレプトン二重項 L は実は、ダウンセクターに結合しているヒッグズ H と量子数は同じである。超対称性標準模型に於いては、対称性 R-パリティを導入して、この二種類の間を識別する。R-パリティとは、簡単にいえば、スーパーパートナー数の偶奇性の保存である。超対称性標準模型に於いて、この R-パリティを課すと、自動的にバリオン数とレプトン数が保存する。このために、陽子の寿命が長くなり、実験と矛盾しない（超対称性標準模型の場の種類で、R-パリティ等対称性を課さなければ、陽子崩壊が起き、実験と矛盾する）。また、R-パリティは、最も軽い超粒子を安定にする。この粒子は LSP と呼ばれ、宇宙論に於ける、ダークマターの候補である。

ところが、陽子崩壊を防ぐためだけであるならば、R-パリティを課す必要はなく^[36]、バリオン数かレプトン数かのどちらかが保存しておれば良い（陽子崩壊は $\Delta B = \Delta L = 1$ の過程である）。R-パリティを課さなければ、LSP が存在せず、超粒子の現れ方が、様変わりするので、最近、その現象論的解析がやり直されている。

本論に戻るが、超対称性標準模型に於いて、R-パリティが奇であるスニュウトリノが真空期待値を持つと R-パリティが自発的に破れる。ところが同時にレプトン数も自発的に破ってしまうために質量ゼロのゴールドストーン粒子がでる。こんな粒子は見つかっていないので困る。従って、レプトン数を初めから破った理論で考えよう。特にタウレプトン数については、タウアノマリのために制限が緩いので、スタウに真空期待値を持たせるという可能性があるであろう。

特に注目している可能性は、R-パリティをソフトに破るというものである。その利点の一つは FCNC を抑えることができることである。レプトン二重項もヒッグズの役割を担うのであるから、一般の湯川結合を許すと FCNC がでてしまう。ソフトに破るのみにとどめると FCNC がおさえられる。もう一つの利点は R-パリティをソフトに破れば、一般にレプトン数しか破れないことである。このことは陽子崩壊に取って、重要な性質である。また、R-パリティを破ると、陽子崩壊を起こさずに大統一理論を創るのが難しい^[37]が、ソフトに破っておけば、超重力で自発的に破る等、なんらかの意味で大統一理論とつながられる可能性があるかも知れないという期待もある。

6.3. MSSM+右巻きスニュウトリノ

右巻きスニュウトリノの真空期待値で CP を破るという方向も考えられる。最近、右巻きニュウトリノを考慮すると宇宙論的に非常に好ましい^[38]という指摘が為されているので、CP について、うまく行けば面白いであろう。また、この模型に従うと、軽いヒッグズの問題は無くなるのが期待でき、その点に於いても面白い可能性であろう。

6.4. MSSM+一重項

元々は、ヒッグズの超対称性質量がウィークスケールであることは、不自然であるという思想（No Scale の思想）から、その質量の代わりに、一重項を導入し、その一重項に真空期待値を持たせることによって、ヒッグズの質量を得ようという動機で考えられたものであったが、今の目的の場合は、一重項を導入したからといって、ヒッグズの質量項をなくす必要はない。

その一般的な模型については、Pomarol^[33]が調べているが、ヒッグズの真空期待値にも CP の位相を持たせているので、必ずしも今の方向で考えられているわけではない（彼らの動機は、軽いヒッグズ粒子がでるという問題点を避けることにあった）。そのために、問題 a) と問題 d) については、解決できなかったようである。

この方向についても、ヒッグズには CP の位相は持たせないという方向で考えるべきだと思う。

7. 結論

超対称性標準模型に於いて、ヒッグズ二重項が二つの理論であるにも関わらず、FCNCを抑えつつ、CPを自発的に破ることが可能であることを示した。重要な点は、FCNCを抑えるための対称性は次元4の項（湯川結合）で成り立っておれば良い、ということである。そのために、その対称性は、ソフト（次元3以下の項）に破っても良い。一旦破ると、輻射補正の有限部分の効果によって、小さくはあるが、次元4の項にまで破れの効果は及び、ポテンシャル問題としては、小さくても効果があるので（FCNCは小さければ問題ないが）、その効果でCPは自発的に破れることになる。その際に必要なことは、フェルミオンループの寄与で、その効果がボゾンのループの寄与を上回らないと、CPは自発的に破れなくなる。また、この効果は、本質的に輻射補正の有限部分の効果であることにも注意を要する。繰り込み群のような輻射補正の発散部分のみに着目した方法では見えない効果である。その理由は、発散部分では、ソフトな破れが次元4の項にまで影響を及ぼさないからである。

一方、超対称性理論に於て、自発的なCPの破れが現実的に起こり得るかどうかが、という魅力的な可能性について議論したが、様々な問題があることがわかった。

一つは、軽いヒッグズ粒子（ $< 6\text{GeV}$ ）がでてしまうことで、実験と矛盾してしまう。このことは、自発的にCPを破るためには、FCNCを抑える対称性（ここでは $U(1)_{PQ}$ ）の破れの程度が、輻射補正のオーダーでなければならず、そのために、その対称性の擬ゴールドストーンとして軽いヒッグズがでる、と解釈できる。

また、このCPの破れから、中性子の電気双極子モーメントが小さいことと、K中間子の混合に於けるCPの破れの程度を両立させることが苦しいことがある（超対称性を破るスケールを大きくするという一つの解決策はある）。その際には、中性子の電気双極子モーメントを抑えるために、CPの破れの位相を不自然に小さくしなければならない。この不自然さの問題はもともとSUSY理論に存在していた問題である。ファインチューニングするパラメータが自発的な破れの位相一つですむということは、ある意味では大きな前進と言ってもいいかもしれない。

さらに、強いCPの問題についても、自発的にCPを破るというシナリオでありながら、解決できないという不満足な点がある。

それと、宇宙論的には、ドメインウォールの問題がある。この問題については、CP対称性については、その問題はないという最近の研究があることを指摘した。

以上の問題点があるので、現実の超対称性標準模型に於いては、CPの自発的な破れは厳しいと言わざるを得ない（特に軽いヒッグズの問題は厳しい）。

しかしながら、超対称性理論の良い性質（特に、ゲージ階層性について）を保持したまま、少し変えることで、解決するかも知れない。それらのことについては、今後の研究課題であろう。

8. 謝辞

常日頃から、研究上のことは勿論のこと、研究態度においても、いろいろと御指導いただいている九後汰一郎先生、坂東昌子先生に深く感謝致します。

中野博章、中西健一両氏には、物理の議論に留まらず、日頃の生活に於いても様々な御援助をいただきました。深く感謝します。また、素粒子論研究室の皆様にも公私において援助いただいたことを感謝致します。

河本昇先生、山脇幸一先生、末廣一彦氏、萩原薫氏、日笠健一氏、村山斉氏の方々には、議論を初め、研究上様々なことを御教授していただきました。深く感謝します。

また、菊川芳夫氏、棚橋誠治氏、渡辺勇氏、野尻美保子さん、他、様々な方々と議論していただきましたことを感謝致します。

最後になりましたが、田中正先生、益川敏英先生には、公私に渡り、御援助、激励いただきましたことを深く感謝致します。

APPENDIX A: C, P, T変換

本 Appendix では場の理論における、荷電共役変換 (C変換)、パリティ変換 (P変換)、時間反転 (T変換) を定義する。

A.1. 荷電共役変換 (C変換)

粒子反粒子変換のことで、具体的には次のような変換で定義される。

$$\begin{aligned}\phi &\rightarrow \phi^\dagger \\ \psi &\rightarrow C\bar{\psi}^T \\ \bar{\psi} &\rightarrow -\psi^T C^{-1} \\ V_\mu &\rightarrow -V_\mu^\dagger \\ A_\mu &\rightarrow A_\mu^\dagger\end{aligned}\tag{A.1}$$

ここで、 ϕ, ψ, V_μ, A_μ はそれぞれスカラー場、スピノール場、ベクター場、擬ベクター場である。

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_1\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_2\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_2\gamma_5\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_2\gamma_\mu\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_2\gamma_\mu\gamma_5\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_2\sigma_{\mu\nu}\psi_1\end{aligned}\tag{A.2}$$

A.2. パリティ変換 (P変換)

$$\begin{aligned}\phi(x, t) &\rightarrow \phi^\dagger(-x, t) \\ P(x, t) &\rightarrow -P(-x, t) \\ \psi(x, t) &\rightarrow \gamma_0\psi(-x, t) \\ \bar{\psi}(x, t) &\rightarrow \bar{\psi}(-x, t)\gamma_0 \\ V_\mu(x, t) &\rightarrow V_\mu(-x, t) \\ A_\mu(x, t) &\rightarrow A_\mu(-x, t)\end{aligned}\tag{A.3}$$

ここで P は擬スカラーである。

$$\begin{aligned}(x, t) &\rightarrow (-x, t) \\ \bar{\psi}_1\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_1\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2\end{aligned}\tag{A.4}$$

A.3. 時間反転 (T変換)

$$\begin{aligned}(x, t) &\rightarrow (-x, t) \\ c - \text{number} &\rightarrow (c - \text{number})^* \\ \bar{\psi}_1\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_1\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2 \\ \bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2\end{aligned}\tag{A.5}$$

ちなみに C P 変換は次のようになる。

$$\begin{aligned}(x, t) &\rightarrow (-x, t) \\ \bar{\psi}_1\psi_2 &\rightarrow \bar{\psi}_2\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\gamma_5\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_2\gamma_5\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_2\gamma_\mu\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_2\gamma_\mu\gamma_5\psi_1 \\ \bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}\psi_2 &\rightarrow -\bar{\psi}_2\sigma_{\mu\nu}\psi_1\end{aligned}\tag{A.6}$$

APPENDIX B: MSSMの繰り込み群方程式

ここでは、Falk^[39]に従って、MSSMの繰り込み群方程式を参考として挙げておく。スーパーポテンシャルを、

$$f = H L^i Y_{ij}^e E^j + H Q^i Y_{ij}^d D^j + H' Q^i Y_{ij}^u U^j + \mu H H' \\ = H L Y^e E + H Q Y^d D + H' Q Y^u U + \mu H H' \quad (B.1)$$

ソフトな破れのポテンシャルを、

$$V_{soft} = m_a^2 |z_a|^2 + \left[\frac{1}{6} A_{abc} f_{abc} z^a z^b z^c + \frac{1}{2} B_{ab} \mu_{ab} z^a z^b + h.c. \right] \quad (B.2)$$

とする。ここで、 z はスカラー場を表し、 $f_a \equiv \frac{\partial f}{\partial z^a}$ である。その時の繰り込み群方程式は以下のようなものである。

a) スーパーポテンシャルのパラメータ

$$\frac{d}{dt} \mu = \frac{\mu}{16\pi^2} [\text{Tr}(Y^e Y^{e\dagger} + 3Y^d Y^{d\dagger} + 3Y^u Y^{u\dagger}) - (g_1^2 + 3g_2^2)] \quad (B.3)$$

$$\frac{d}{dt} Y^e = \frac{1}{16\pi^2} [Y^e \text{Tr}(Y^e Y^{e\dagger} + 3Y^d Y^{d\dagger}) + 3Y^e Y^{e\dagger} Y^e - 3(g_1^2 + g_2^2) Y^e] \quad (B.4)$$

$$\frac{d}{dt} Y^d = \frac{1}{16\pi^2} [Y^d \text{Tr}(Y^e Y^{e\dagger} + 3Y^d Y^{d\dagger}) + 3Y^d Y^{d\dagger} Y^d + Y^u Y^{u\dagger} Y^d \\ - (\frac{7}{9}g_1^2 + 3g_2^2 + \frac{16}{3}g_3^2) Y^d] \quad (B.5)$$

$$\frac{d}{dt} Y^u = \frac{1}{16\pi^2} [3Y^u \text{Tr}(Y^u Y^{u\dagger}) + 3Y^u Y^{u\dagger} Y^u + Y^d Y^{d\dagger} Y^u - (\frac{13}{9}g_1^2 + 3g_2^2 + \frac{16}{3}g_3^2) Y^u] \quad (B.6)$$

b) ソフトな破れのパラメータ

$$\frac{d}{dt} m_H^2 = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ \sum_{i,j} [|Y_{ij}^e|^2 (m_H^2 + m_{Li}^2 + m_{Ej}^2 + |A_{ij}^e|^2) + 3|Y_{ij}^d|^2 (m_H^2 + m_{Qi}^2 + m_{Dj}^2 + |A_{ij}^d|^2)] \right. \\ \left. - \frac{1}{2} g_1^2 \text{Tr}(Y m^2) - g_1^2 \mu_1^2 - 3g_2^2 \mu_2^2 \right\} \quad (B.7)$$

$$\frac{d}{dt} m_H'^2 = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ \sum_{i,j} 3|Y_{ij}^u|^2 (m_H'^2 + m_{Qi}^2 + m_{Uj}^2 + |A_{ij}^u|^2) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} g_1^2 \text{Tr}(Y m^2) - g_1^2 \mu_1^2 - 3g_2^2 \mu_2^2 \right\} \quad (B.8)$$

$$\frac{d}{dt} m_{Ei}^2 = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 \sum_j |Y_{ij}^e|^2 (m_H^2 + m_{Ei}^2 + m_{Lj}^2 + |A_{ij}^e|^2) \right. \\ \left. + g_1^2 \text{Tr}(Y m^2) - 4g_1^2 \mu_1^2 \right\} \quad (B.9)$$

$$\frac{d}{dt} m_{Li}^2 = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ \sum_j |Y_{ij}^e|^2 (m_H^2 + m_{Li}^2 + m_{Ej}^2 + |A_{ij}^e|^2) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} g_1^2 \text{Tr}(Y m^2) - g_1^2 \mu_1^2 - 3g_2^2 \mu_2^2 \right\} \quad (B.10)$$

$$\frac{d}{dt} m_{Di}^2 = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 \sum_j |Y_{ij}^d|^2 (m_H^2 + m_{Di}^2 + m_{Qj}^2 + |A_{ij}^d|^2) \right. \\ \left. + \frac{1}{3} g_1^2 \text{Tr}(Y m^2) - \frac{4}{9} g_1^2 \mu_1^2 - \frac{16}{3} g_3^2 \mu_3^2 \right\} \quad (B.11)$$

$$\frac{d}{dt} m_{Ui}^2 = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ 2 \sum_j |Y_{ij}^u|^2 (m_H'^2 + m_{Ui}^2 + m_{Qj}^2 + |A_{ij}^u|^2) \right. \\ \left. - \frac{2}{3} g_1^2 \text{Tr}(Y m^2) - \frac{16}{9} g_1^2 \mu_1^2 - \frac{16}{3} g_3^2 \mu_3^2 \right\} \quad (B.12)$$

$$\frac{d}{dt} m_{Qi}^2 = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ \sum_j [|Y_{ij}^u|^2 (m_H'^2 + m_{Qi}^2 + m_{Uj}^2 + |A_{ij}^u|^2) + |Y_{ij}^d|^2 (m_H^2 + m_{Qi}^2 + m_{Dj}^2 + |A_{ij}^d|^2)] \right. \\ \left. + \frac{1}{6} g_1^2 \text{Tr}(Y m^2) - \frac{1}{9} g_1^2 \mu_1^2 - 3g_2^2 \mu_2^2 - \frac{16}{3} g_3^2 \mu_3^2 \right\} \quad (B.13)$$

$$\frac{d}{dt} A_{ij}^e = \frac{1}{16\pi^2} \left\{ 4A_{ik}^e \frac{Y_{ik}^e}{Y_{ij}^e} (Y^{e\dagger} Y^e)_j^k + 5(Y^e Y^{e\dagger})_i^k A_{kj}^e \frac{Y_{kj}^e}{Y_{ij}^e} \right. \\ \left. - 3 \frac{A_{ij}^e}{Y_{ij}^e} (Y^e Y^{e\dagger} Y^e)_{ij} + 2(A_{km}^e |Y_{km}^e|^2 + 3A_{km}^d |Y_{km}^d|^2) + 6g_1^2 \mu_1 + 6g_2^2 \mu_2 \right\} \quad (B.14)$$

$$\frac{d}{dt} A_{ij}^d = \frac{1}{16\pi^2} \left\{ 4A_{ik}^d \frac{Y_{ik}^d}{Y_{ij}^d} (Y^{d\dagger} Y^d)_j^k + 5(Y^d Y^{d\dagger})_i^k A_{kj}^d \frac{Y_{kj}^d}{Y_{ij}^d} \right. \\ \left. - 3 \frac{A_{ij}^d}{Y_{ij}^d} (Y^d Y^{d\dagger} Y^d)_{ij} + 2A_{ik}^u \frac{Y_{ik}^u}{Y_{ij}^d} (Y^{u\dagger} Y^d)_j^k + 2(A_{km}^e |Y_{km}^e|^2 + 3A_{km}^d |Y_{km}^d|^2) \right. \\ \left. + \frac{14}{9} g_1^2 \mu_1 + 6g_2^2 \mu_2 + \frac{32}{3} g_3^2 \mu_3 \right\} \quad (B.15)$$

$$\frac{d}{dt} A_{ij}^u = \frac{1}{16\pi^2} \left\{ 4A_{ik}^u \frac{Y_{ik}^u}{Y_{ij}^u} (Y^{u\dagger} Y^u)_j^k + 5(Y^u Y^{u\dagger})_i^k A_{kj}^u \frac{Y_{kj}^u}{Y_{ij}^u} \right. \\ \left. - 3 \frac{A_{ij}^u}{Y_{ij}^u} (Y^u Y^{u\dagger} Y^u)_{ij} + (A_{kj}^u - A_{ij}^u) (Y^d Y^{d\dagger})_i^k \frac{Y_{kj}^d}{Y_{ij}^u} + 2A_{ik}^d \frac{Y_{ik}^d}{Y_{ij}^u} (Y^{d\dagger} Y^u)_j^k \right. \\ \left. + 6A_{km}^u |Y_{km}^u|^2 + \frac{26}{9} g_1^2 \mu_1 + 6g_2^2 \mu_2 + \frac{32}{3} g_3^2 \mu_3 \right\} \quad (B.16)$$

$$\frac{d}{dt} B = \frac{1}{8\pi^2} \{ 3A_{ij}^u |Y_{ij}^u|^2 + 3A_{ij}^d |Y_{ij}^d|^2 + A_{ij}^e |Y_{ij}^e|^2 + g_1^2 \mu_1 + 3g_2^2 \mu_2 \} \quad (B.17)$$

c) ゲージ結合とゲージノ質量

$$\frac{d}{dt} g_3 = \frac{1}{16\pi^2} (-9 + 2n_g) g_3^3 \quad (B.18)$$

$$\frac{d}{dt}\mu_3 = \frac{1}{8\pi^2}(-9 + 2n_g)g_3^2\mu_3 \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{d}{dt}g_2 = \frac{1}{16\pi^2}(-5 + 2n_g)g_2^3 \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{d}{dt}\mu_2 = \frac{1}{8\pi^2}(-5 + 2n_g)g_2^2\mu_2 \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{d}{dt}g_1 = \frac{1}{16\pi^2}(1 + \frac{10}{3}n_g)g_1^3 \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{d}{dt}\mu_1 = \frac{1}{8\pi^2}(1 + \frac{10}{3}n_g)g_1^2\mu_1 \quad (\text{B.23})$$

ここで、 n_g は世代数を表す。

以上である。

参考文献

1. G. 't Hooft, in "Recent Developments in Gauge Theories", ed. by G. 't Hooft et al., Plenum Press, New York(1981).
2. M. Bando, T. Kugo and K. Suehiro, *Prog.Theor.Phys.* **85** (1991) 1299.
3. M. Bando, T. Kugo, N. Maekawa and H. Nakano, *Phys. Rev.* **D44** (1991) 2957; C. Wetterich., *Nucl. Phys.* **B383** (1992) 197;, *Z.Phys.* **C48** (1990) 693.
4. see, for example, E. Farhi and L. Susskind, *Phys. Rep.* **74** (1981) 277.
5. see,for example, H. P. Nilles, *Phys. Rep.* **110** (1984) 1.
6. P. Langacker, *Phys. Rev.* **D44** (1991) 817;
U. Amaldi, W. Boer and H. Furstenau, *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447.
7. M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.
8. J. Ellis, S. Ferrara and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* **114B** (1982) 231;
W. Buchmuller and D. Wyler, *Phys. Lett.* **121B** (1983) 321;
J. Polchinski and M. Wise, *Phys. Lett.* **125B** (1983) 393.
9. E.P. Shabalin, *Sov.J.Nucl.Phys.* **31** (1980) 864;
B. Morel, *Nucl. Phys.* **B157** (1979) 23;
D.V. Nanopoulos, A.Yildiz and P.Cox, *Phys. Lett.* **87B** (1979) 53;
M.B. Gavela et al., *Phys. Lett.* **109B** (1982) 83; E.P. Shabalin, *Sov.J.Nucl.Phys.* **32** (1980) 228;
N. Deshpande, G. Eilam and W. Spence, *Phys. Lett.* **108B** (1982) 42;
M.B. Gevela et al., *Phys. Lett.* **109B** (1982) 215.
10. see H.-Y. Cheng, *Phys. Rep.* **158** (1988) 1, and references therein.
11. T.D. Lee, *Phys. Rev.* **D8** (1973) 1226.
12. S. Weinberg, *Phys. Lett.* **37** (1976) 657.
13. N. Maekawa, *Phys. Lett.* **B282** (1992) 387.
14. M. Dugan, B. Gristein and L. Hall, *Nucl. Phys.* **B255** (1985) 413.

15. M. Yoshimura, *Phys. Rev. Lett.* **41** (1978) 281;
A.Y. Ignatiev, N. Krasnikov, V. Kuzmin and A. Takhelidze, *Phys. Lett.* **76B** (1978) 436;
S. Dimopoulos and L. Susskind, *Phys. Rev.* **D18** (1978) 4500;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 850.
16. A.G. Cohen and D.B. Kaplan, *Nucl. Phys.* **B308** (1988) 913;
S.G. Cohen, D.B. Kaplan and A.E. Nelson, *Phys. Lett.* **B245** (1990) 561; *Nucl. Phys.* **B349** (1991) 727; *Phys. Lett.* **B263** (1991) 86.
17. S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264;
A. Salam, in "Elementary Particle Theory", ed. by N. Svartholm, Almquist and Forlag, Stockholm (1968).
18. see, for example, P. Langacker, *Phys.Rep.* **72C** (1981) 185.
19. E. Eichten, K. Lane and J. Preskill, *Phys. Rev. Lett.* **45** (1980) 225;
K. Lane, *Physica Scripta* **23** (1981) 1005.
20. V.A. Miransky, M. Tanabashi and K. Yamawaki, *Phys. Lett.* **B221** (1989) 117; *Mod.Phys.Lett.* **A4** (1989) 1043;
W.J. Marciano, *Phys. Rev. Lett.* **62** (1989) 2793; *Phys. Rev.* **D41** (1990) 1647;
W.A. Bardeen, C.T. Hill and M. Lindner, *Phys. Rev.* **41** (1990) 1647;
M. Bando, T. Kugo, N. Maekawa, N. Sasakura, Y. Watabiki and K. Suehiro, *Phys. Lett.* **B246** (1990) 466.
21. K. Inoue, A. Kakuto, H. Komatsu and S. Takeshita, *Prog. Theor. Phys.* **67** (1982) 1889; *Prog. Theor. Phys.* **68** (1982) 927; *Prog. Theor. Phys.* **71** (1984) 413;
L. Alvarez-Gaume, J. Polchinski and M. Wise, *Nucl. Phys.* **B221** (1983) 499;
M. Drees and M.M. Nojiri, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 2482;
M. Bando, T. Kugo, N. Maekawa and H. Nakano, *Mod. Phys. Lett.* **A7** (1992) 3379.
22. J. Ellis and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* **110B** (1982) 44;
T. Inami and C.S. Lim, *Nucl. Phys.* **B207** (1982) 533;
J.F. Donoghue, H.P. Nilles and D. Wyler, *Phys. Lett.* **128B** (1983) 55;
F. Gabbiani and A. Massiero, *Nucl. Phys.* **B322** (1989) 235.
23. "CP Violation", ed. by C. Jarlskog, World Scientific, Singapore (1988);
W. Grimus, *Fort. Phys.* **36** (1988) 201; Y. Nir, SLAC-PUB-5874.

24. "Particle Data Book" by Particle Data Group
25. 「物理学最前線 5」 素粒子のカイラル対称性 河原林 研 著
26. G. Buchalla, A.J. Buras and M.K. Harlander, *Nucl. Phys.* **B337** (1990) 313.
27. X.-G. He, B.H.J. McKellar and S. Pakvasa, *Int.J.Mod.Phys.* **A4** (1989) 5011.
28. A.B. Lahanas and D.V. Nanopoulos, *Phys.Rep.* **145** (1987) 1 and references therein.
29. T. Kurimoto, *Prog. Theor. Phys.* **73** (1985) 209.
30. K. Symanzik, "Fundamental interaction at high energies"
九後汰一郎, 「ゲージ場の量子論 Ⅰ、Ⅱ」.
31. G. Gamberini, G. Ridolfi and F. Zwirner, *Nucl. Phys.* **B331** (1990) 331.
32. Y. Okada, M. Yamaguchi and T. Yanagida, *Prog.Theor.Phys.Lett.* **85** (1991) 1;
J. Ellis, G. Ridolfi and F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B257** (1991) 83; *Phys. Lett.* **B262** (1991) 477.
33. A. Pomarol, *Phys. Lett.* **B287** (1992) 331; Preprint SCIPP-92-30.
34. R. Arnowitt, M.J. Duff and K.S. Stelle, *Phys. Rev.* **D43** (1991) 3085; S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 2333; D. Dicus, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 999.
35. L.M. Krauss and S.J. Rey, Preprint NSF-ITP-92-03 (1992).
36. L.J. Hall and M. Suzuki, *Nucl. Phys.* **B231** (1984) 419;
V. Barger, G.F. Giudice and T. Han, *Phys. Rev.* **D40** (1989) 2987;
P. Nogueira, J.C. Romao and J.W.F. Valle, *Phys. Lett.* **B251** (1990) 142;
R.M. Godbole, P. Roy and X. Tata, Preprint CERN-TH. 6613/92.
37. Private communication with H. Murayama.
38. H. Murayama, H. Suzuki, T. Yanagida and J.I. Yokoyama, Preprint, TU-423 (1992).
39. N.K. Falck, *Z.Phys.* **C30** (1986) 247.

図の説明

図(1) 標準模型における、K中間子の混合に寄与を与えるグラフ(小林-益川行列の寄与)。

図(2) 超対称性標準模型における、K中間子の混合に寄与を与えるグラフ(図(1)をスーパー化した超小林-益川行列の寄与)。

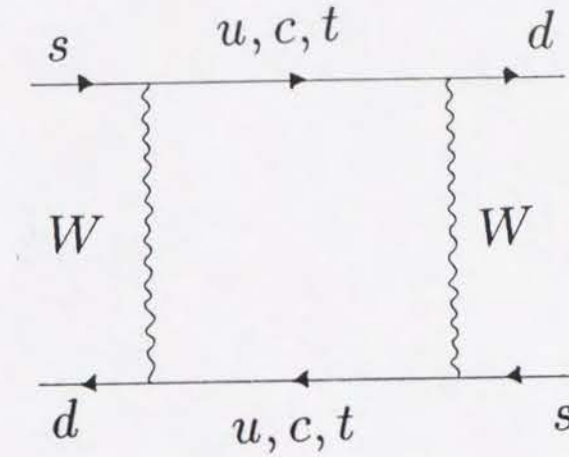
図(3) 超対称性標準模型における、K中間子の混合に寄与を与えるグラフ(図(2)以外で、スクォークの質量の世代間の混合 Δ が重要な役割をしている)。図 a) は左巻き同士のスクォークの世代間の混合 Δ_{LL} の寄与で、図 b) は左巻きと右巻きの混合 Δ_{LR} の寄与、図 c) は右巻き同士の混合 Δ_{RR} の寄与である。

図(4) 超対称性理論固有のCPの破れの中性子の電気双極子モーメントに対する寄与を与えるグラフの例。

図(5) λ_5 に寄与を与えるグラフ。図 a) はスフェルミオンのループの寄与で、図 b) はヒッグズループの寄与、図 c) はヒッグジノーとゲージノーのループの寄与である。

図(6) 超対称性理論での自発的なCPの破れが、K中間子の混合に対する寄与を与えるグラフの例。

図(1)



図(2)

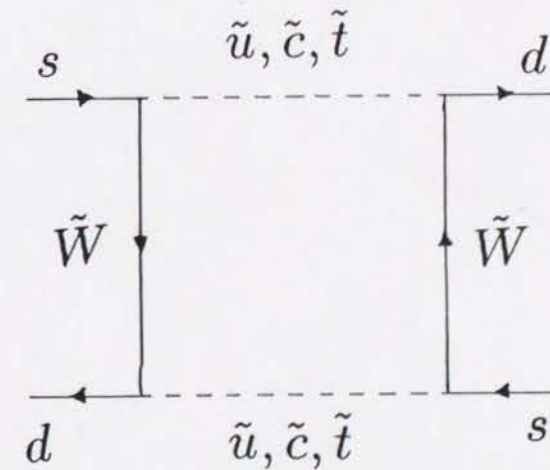
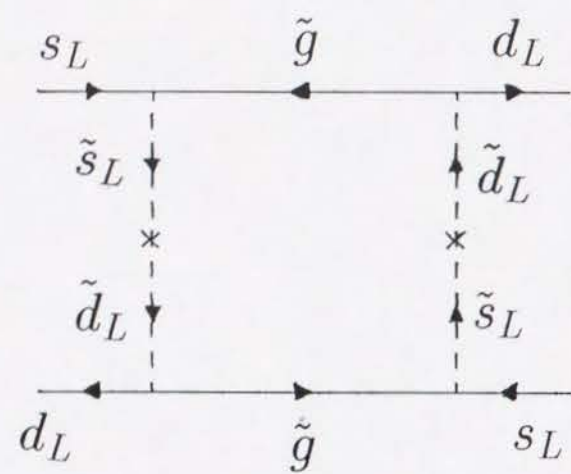
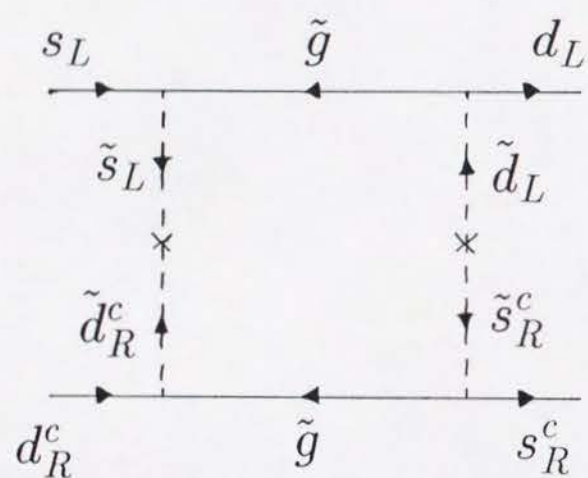


图 (3)

a)



b)



c)

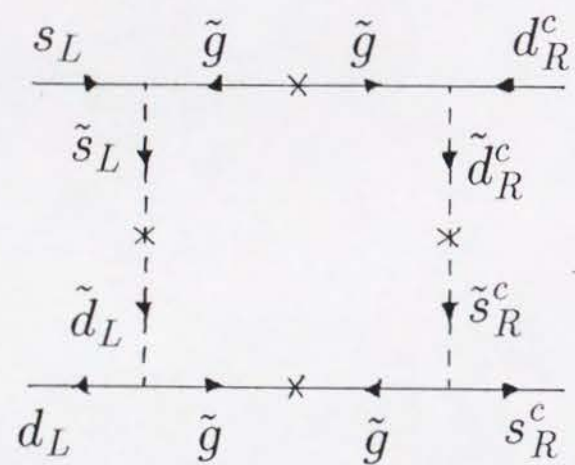


图 (4)

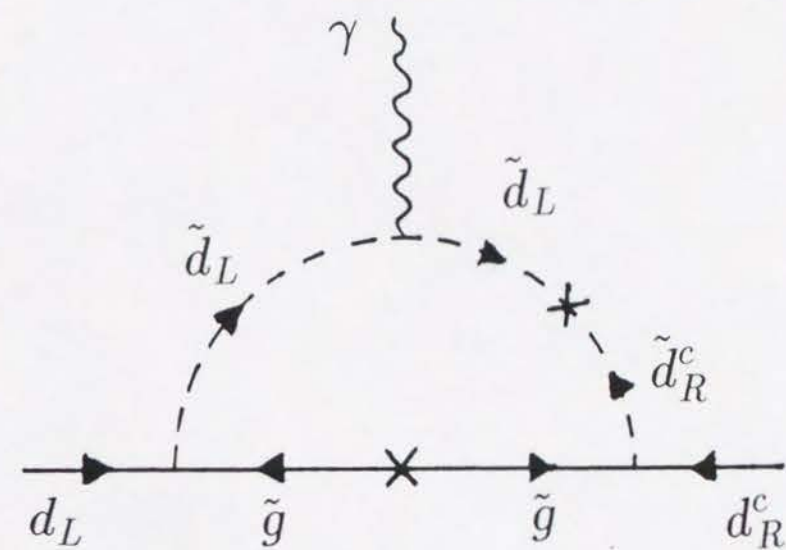


图 (5)

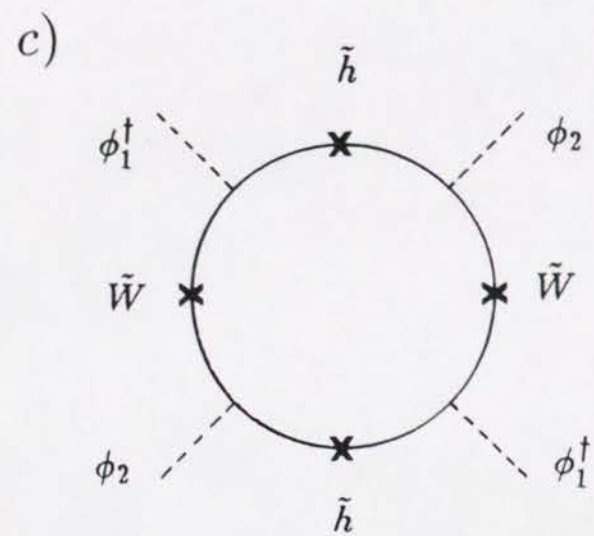
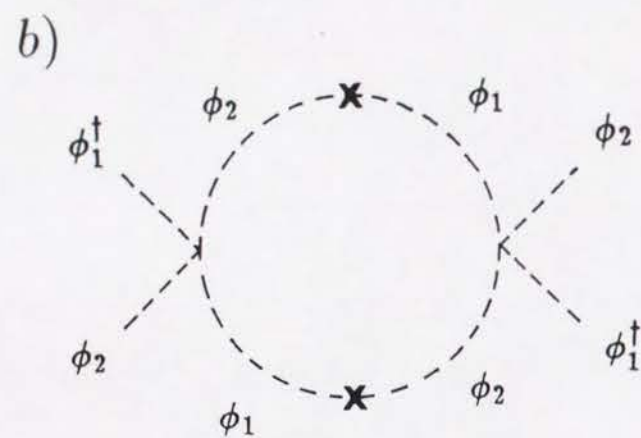
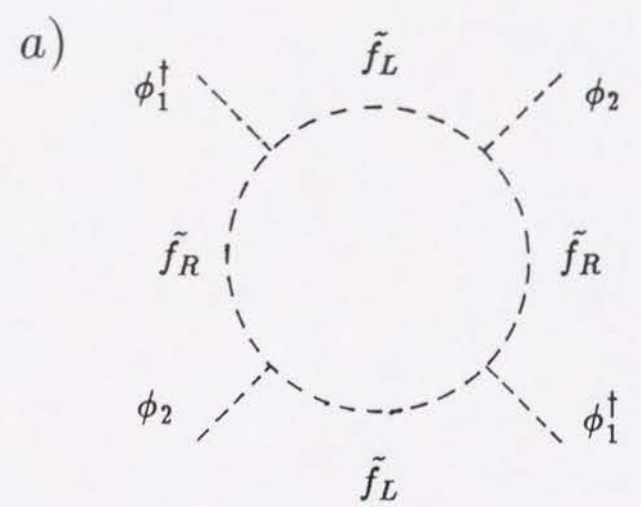


图 (6)

